

# Ficha 1

Análise Matemática II  
Curso LEIC-Taguspark, 1º Semestre de 2001/2002

**I-[10 val]** Determine uma primitiva para cada uma das funções definidas pelas seguintes expressões:

(a)  $\cos(3x + 1)$ ;

(b)  $\frac{x^2}{x^6+1}$ ;

(c)  $\operatorname{sen}(x)\operatorname{sen}(2x)$ ;

(d)  $x \log(x)$ ;

(e)  $\sqrt{x} \operatorname{arctg}(\sqrt{x})$ .

**II-** (*a ser feito em casa*)

**1-[4 val]** Seja  $f$  uma função diferenciável e invertível (num certo intervalo) tal que a sua inversa coincide com a sua derivada (i.e.  $f'(f(x)) = x$ ). Calcule, em função de  $f$ , uma primitiva de  $f$ .

SUGESTÃO: Primitive  $xf'(x)$  quer por partes quer substituindo  $x$  por  $f'(f(x))$ .

**2-[6 val]** Considere a função identidade  $f(x) = x$  definida no intervalo  $[0, 1]$ . Considere ainda, para cada natural  $n$ , a partição  $P_n = \{0, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n-1}{n}, 1\}$  do intervalo  $[0, 1]$ .

(a) Mostre que as somas de Darboux inferior e superior são (respectivamente)

$$s(P_n; f) = \sum_{i=1}^n \frac{i-1}{n^2}$$

e

$$S(P_n; f) = \sum_{i=1}^n \frac{i}{n^2}$$

.

(b) Mostre que

$$\int_0^1 f = \lim_{n \rightarrow \infty} s(P_n; f) = \lim_{n \rightarrow \infty} S(P_n; f) = \int_0^1 f$$

(c) A função  $f(x) = x$  é integrável em  $[0, 1]$ ? Se sim, qual o seu integral? Justifique as respostas.