Ficha 4

Análise Matemática II

Cursos LESIM & LEIC-Taguspark, 1^o Semestre de 2001/2002

I

1-[6 val] Indique, justificando, se cada uma das seguintes sucessões de funções converge pontualmente, uniformemente ou não converge para a função nula ($f(x) = 0$) no intervalo $[0, 1]$:

(a) $f_n(x) = \frac{\cos(x)}{n}$;

(b) $g_n(x) = \cos(nx)$;

(c) $h_n(x) = \frac{nx}{(nx)^2+1}$.

2-[4 val] Calcule a área da região delimitada pela curva C dada em coordenadas polares por $r(\theta) = \sqrt{2 + \cos(\theta)}$ com $\theta \in [0, 2\pi]$ onde θ é o ângulo e $r(\theta)$ é o raio.

II

(a ser feito em casa)

1-[5 val] Determine o volume do sólido obtido por revolução do círculo $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + (y-2)^2 \leq 1\}$ segundo o eixo das abcissas (eixo dos x's).

2-[5 val] Considere uma função f diferenciável, positiva e decrescente em $\mathbb{R}$.

(a) Mostre que, se $f(x) \to 0$ quando $x \to +\infty$ então o integral impróprio

$$\int_0^{+\infty} f(x) sen(x) dx$$

é convergente.

SUGESTÃO: Use o critério de Dirichlet.

(b) Mostre que

$$\int_0^{+\infty} f(x) sen(x) dx$$

é absolutamente convergente se e só se

$$\int_0^{+\infty} f(x) dx$$

é convergente.

SUGESTÃO: Mostre primeiro que se

$$\int_0^{+\infty} f(x) sen(x) dx$$

é absolutamente convergente então

$$\int_0^{+\infty} f(x) cos(x) dx$$

é absolutamente convergente, e utilize o facto de $|sen(x)| + |cos(x)| \geq 1$.