

Ficha 5

Análise Matemática II

Cursos LESIM & LEIC-Taguspark, 1º Semestre de 2001/2002

I

1-[5 val] Determine as séries de Mac-Laurin das seguintes funções, e indique os respectivos intervalos de convergência:

(a) $f(x) = (x - 1)e^{x^2}$;

(b) $g(x) = \log(1 + x^2)$.

2-[5 val] Determine um polinómio $P(x)$ de grau 2 tal que:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos(x^2 - 1) - P(x)}{(x - 1)^2} = 0$$

e diga, justificando, se $\cos(x^2 - 1)$ possui um máximo ou mínimo relativo em $x = 1$.

II

(a ser feito em casa)

1-[5 val] Seja f uma função diferenciável em \mathbb{R} tal que $f'(x) = f(x) + e^{-x}$ e $f(0) = 1$. Mostre que é de classe C^∞ em \mathbb{R} e analítica em qualquer intervalo limitado. Determine a sua série de Mac-Laurin.

2-[5 val] Determine uma função racional cujo desenvolvimento de Mac-Laurin é dado por

$$\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$$

Calcule o valor da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$$