2^o **Teste**

Cálculo Diferencial e Integral I

Tagus 2^afase, 1^o Semestre de 2007/2008

Versão A

Duração: 1 hora e 30 minutos

Data: 18/ 1/ 2008

1- [8 val.] Determine uma primitiva para cada uma das funções definidas pelas seguintes expressões:

(a) $\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

(b) $\frac{2x^2+x-2}{x^3+x^2}$

(c) $x \arctan(x)$

(d) $\frac{\sqrt{x}-1}{x+\sqrt{x}}$ (considere a mudança de variável $x = t^2$)

2- [3 val.] Considere o conjunto $S \subset \mathbb{R}$ definido por

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{1}{x} \leq y \leq x^2 \wedge 0 < x \leq 3\}$$

Esboce o conjunto S e calcule a sua área.

3- [2 val.] Determine a função $F :]-1, +\infty[\to \mathbb{R}$ tal que

$$F'(x) = \frac{x^2 - x - 4}{(x+1)(x^2+1)}, \quad F(0) = 2$$

4- [2 val.] Calcule o valor dos seguintes integrais:

$$(a) \int_0^{\frac{1}{2}} \cos(\pi x) dx \quad (b) \int_0^1 (x + \sqrt{x}) dx$$

(volte a página)

5- [2 val.] Determine o polinómio de Taylor de grau 3 em $a = 0$ da função

$$f(x) = \log(1 - x)$$

6- [3 val.] Seja ψ uma função contínua em $]0, +\infty[$ que satisfaz a seguinte igualdade:

$$x\psi(x) = \int_1^x (\psi(t) + \operatorname{sen}(\log t))dt$$

(a) Diga, justificando, se ψ é diferenciável ou não.

(b) Determine de forma explícita a função ψ.