

Ficha 5

Análise Matemática I
Curso LESIM-Taguspark, 2º Semestre de 2001/2002

I

1- [5 val.] A função f é definida através da expressão:

$$f(x) = \arctan \left(\sqrt{\frac{x^2 - 1}{x + 3}} \right)$$

- (a) Qual o domínio de f ?
(b) Determine o valor de

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$$

2- [5 val.] Considere, para $k \in \mathbb{R}$ fixo, a função g definida pela expressão:

$$g(x) = \begin{cases} \cos\left(\frac{3\pi}{x+1}\right) & \text{se } x > 0 \\ ke^x + x^2 & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

- (a) Justifique que g é contínua para qualquer $x \neq 0$.
(b) Determine o valor de k para o qual g é contínua no ponto $x = 0$.

II

(a ser feito em casa)

1- [6 val.] Dê um exemplo de uma função para cada uma das seguintes condições:

- (a) $f : \mathbb{R} \rightarrow]0, +\infty[$ bijectiva.
(b) $g : \mathbb{R} \rightarrow]0, 1[$ injectiva.
(c) $h :]0, 1[\rightarrow \mathbb{R}$ sobrejectiva.

2- [4 val.] Mostre que não existem funções

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad \text{e} \quad g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$$

contínuas e sobrejectivas.

Sugestão: Use os teoremas do valor intermédio e de Weierstrass.