

# Exame de 1ª época

## Programação Matemática

1º Semestre de 2010/2011

21 de Janeiro de 2011

Duração: 3 horas

**1-** [3 val.] Determine os invólucros afim,  $\text{aff}(S)$ , convexo,  $\text{conv}(S)$ , e cónico,  $\text{cone}(S)$ , para o seguinte conjunto:

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1; x \geq 0; y \geq 0; z \geq 0\}$$

**2-** [3 val.] Considere o seguinte problema de programação linear:

$$\begin{aligned} \text{Maximizar:} & \quad 2x_1 + 2x_2 + x_3 \\ \text{Sujeito a:} & \quad x_1 + x_2 + x_3 \leq 7 \\ & \quad x_1 - x_3 \leq 1 \\ & \quad 2x_2 - x_3 \leq 2 \\ \text{Com:} & \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

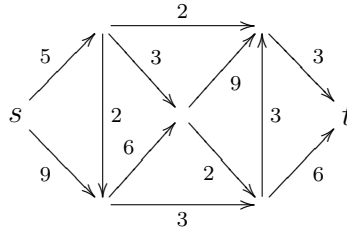
Resolva o problema, usando o método do Simplex.

**3-** [2,5 val.] No quadro que se segue estão dados os preços em euros das ligações por barco entre várias ilhas de dado arquipélago (se na casa XY não aparece nenhum valor é porque não existe ligação directa entre as ilhas X e Y):

Ilha	A	B	C	D	E	F	G
A		1				4	3
B	1		2				1
C		2		1			2
D			1		3		1
E				3		4	5
F	4				4		4
G	3	1	2	1	5	4	

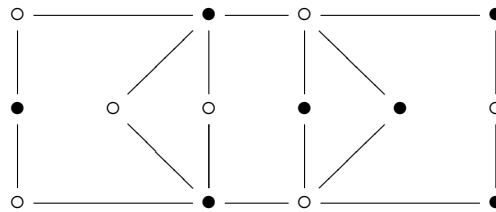
Use o algoritmo de Dijkstra para determinar o percurso de menor custo entre as ilhas A e E.

4- [3 val.] Determine, com o auxílio do algoritmo genérico do fluxo máximo, um fluxo- $st$  com valor máximo e um corte- $st$  de capacidade mínima do seguinte grafo dirigido:



Os números que aparecem sobre as arestas indicam as capacidades destas.

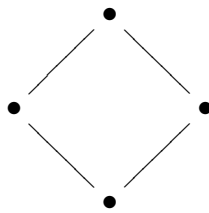
5- [3 val.] Considere o seguinte grafo bipartido:



(a) Determine, para este grafo, um matching de tamanho máximo.

(b) Diga, justificando, qual o índice cromático deste grafo (i.e. o número mínimo de coloração de arestas).

6- [2,5 val.] Determine, justificando, de quantas formas é possível colorir com 5 cores os vértices do seguinte grafo:



de modo que não hajam vértices adjacentes com a mesma cor.

7- [3 val.] Seja  $P = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax \leq b\}$  um poliedro não-vazio e  $c \in \mathbb{R}^n$ . Mostre que se o conjunto  $\{c^T x : x \in P\}$  é majorado então tem máximo.