

# Exame de 2ª época

## Programação Matemática

1º Semestre de 2010/2011

1 de Fevereiro de 2011

Duração: 3 horas

1- [3 val.] Considere o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} x - y \leq \beta \\ y \leq 0 \\ -x + \alpha y \leq 1 \end{cases}$$

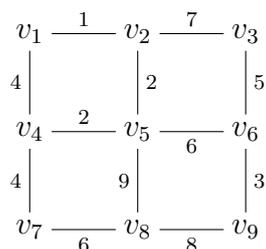
Determine os valores de  $\alpha$  e  $\beta$  para os quais o sistema é inconsistente.

2- [4 val.] Considere o seguinte problema de programação linear:

$$\begin{aligned} \text{Maximizar:} & \quad 2x_1 - 2x_3 + x_5 \\ \text{Sujeito a:} & \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ & \quad x_1 + 2x_3 - x_5 = 1 \\ \text{Com:} & \quad x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{aligned}$$

- (a) Use o método do Simplex para determinar uma solução básica viável para o problema.
- (b) Resolver o problema usando o método do Simplex inicializando com a solução básica calculada na linha anterior.

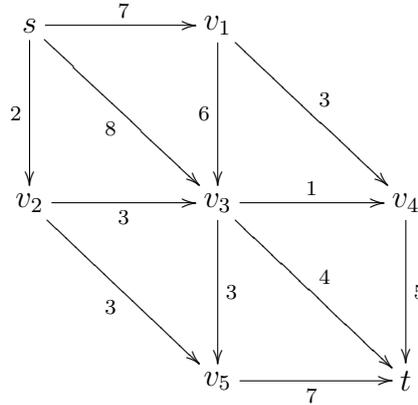
3- [4 val.] Considere o seguinte grafo bipartido



com os pesos das arestas representados sobre estas.

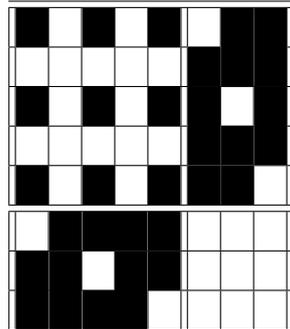
- (a) Use o algoritmo de Kruskal para determinar uma árvore geradora de peso mínimo.
- (b) Determine, para este grafo, um matching de peso máximo.

4- [3 val.] Determine, com o auxílio do algoritmo genérico do fluxo máximo, um fluxo- $st$  com valor máximo e um corte- $st$  de capacidade mínima do seguinte grafo dirigido:



Os números que aparecem sobre as arestas indicam as capacidades destas.

5- [3 val.] Considere o seguinte quadro:



- Determine, justificando, o número mínimo de símbolos distintos necessários para preencher as casas brancas do quadro sem que haja repetições quer nas linhas quer nas colunas.
- Determine, justificando, o número mínimo de símbolos distintos necessários para preencher as casas brancas do quadro sem que haja repetições quer nas linhas quer nas colunas quer nos quatro sub-rectângulos.

6- [3 val.] Seja  $S$  um subconjunto de  $\mathbb{R}^n$ . Mostre que se  $x$  é um ponto interior de  $\text{conv}(S)$  então existe um subconjunto finito de  $S$ ,  $X$ , tais que  $x$  é ponto interior de  $\text{conv}(X)$ .