

3ª Ficha

Programação Matemática

1º Semestre de 2009/2010

Prazo de entrega: 30 de Outubro no início da aula teórica

Resolva apenas um dos exercícios marcados com *

1-* [8 val.] Seja $A \in \mathbb{R}^{m,2}$ com vectores linha a_1, a_2, \dots, a_m unitários (i.e. $\|a_1\| = \dots = \|a_m\| = 1$) e $c \in \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$ tal que $c^T a_1 \geq c^T a_2 \geq \dots \geq c^T a_m$. Considere o problema de programação linear

$$(P) \quad \max\{c^T x : x \in P\} \text{ com } P = \{x \in \mathbb{R}^2 : Ax \leq b\}$$

Mostre que se a face $F = \{x \in P : a_1^T x = b_1\}$ é não-vazia e o problema (P) é limitado (i.e. $v(P) < \infty$), então existe $x_0 \in F$ que é solução optimal de (P). Ou seja,

$$\max\{c^T x : x \in F\} = \max\{c^T x : x \in P\}$$

2- [6 val.] Encontre um exemplo de uma matriz $A \in \mathbb{R}^{m,n}$ cujas linhas a_1, \dots, a_m são vectores unitários (i.e. $\|a_1\| = \dots = \|a_m\| = 1$), um vector $b \in \mathbb{R}^m$ e um vector $c \in \mathbb{R}^n$ tais que $c^T a_1 > c^T a_i$ para todo o $i \geq 2$, o poliedro $P = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax \leq b\}$ tem face $F = \{x \in P : a_1^T x = b_1\}$ não-vazia e no entanto

$$\max\{c^T x : x \in F\} < \max\{c^T x : x \in P\}$$

3-* [8 val.] Um navio é encarregue de transportar com cem toneladas de turfa, cinquenta toneladas de feno e cento e cinquenta toneladas de estrume. A turfa ocupa 20 metros cúbicos por tonelada, o feno ocupa 110 metros cúbicos por tonelada e o estrume ocupa 10 metros cúbicos por tonelada. Esta carga deve ser distribuida pela popa e pela proa do navio de modo que a carga em ambas as partes do navio tenham igual peso. Além disso o volume total da carga não pode exceder os 5 mil metros cúbicos na popa e os 10 mil metros cúbicos na proa. O capitão do navio predende encontrar a distribuição de carga que minimize a quantidade de estrume na popa onde reside a tripulação.

- (a) Formalize o problema como problema de programação linear.
- (b) Resolva o problema usando o método do Simplex.

4- [6 val.] Considere o seguinte problema de programação linear:

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar:} & x_1 - x_2 + x_3 \\ \text{Sujeito a:} & x_1 + x_2 + x_3 \leq 2 \\ & |x_1 - x_3| \leq x_2 + 1 \\ \text{Com:} & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array}$$

Resolva o problema, usando o método do Simplex.