

6^a Ficha

Programação Matemática

1^o Semestre de 2009/2010

Prazo de entrega: 11 de Dezembro no início da aula teórica

Resolva três dos seguintes quatro exercícios (as quotasções dos problemas são iguais independentemente do número de alíneas de cada um):

1- Um dado centro comercial tem ao seu dispor quatro salas de cinema S_1, S_2, S_3 e S_4 com capacidades de 200, 150, 70 e 50 lugares respectivamente. Apenas as salas S_1 e S_3 estão equipadas para a projecção de filmes a 3D. Uma dada semana estão disponíveis para exibição cinco filmes F_1, F_2, F_3, F_4 e F_5 sendo F_1 e F_2 filmes 3D. Um estudo de mercado indica que, nessa semana, a audiência expectável por sessão é de 140, 50, 190, 70 e 40 pessoas para os filmes F_1, F_2, F_3, F_4 e F_5 respectivamente. A gerência do centro comercial pretende determinar uma distribuição de filmes por salas que, de acordo com o estudo de mercado, garanta a máxima rentabilidade.

Formalize o problema como um problema de determinar um matching de peso máximo e resolva-o.

2- Dado um grafo bipartido G com pesos nas arestas, seja $M_0, M_1, \dots, M_{\nu(G)}$ um sucessão de matchings extremos com $|M_k| = k$. Mostre que se o peso de M_l é superior ao peso de M_k com $l > k$ então o peso de M_{k+1} é superior ao peso de M_k .

3- Mostre que um grafo é k -colorável se e só se existe uma orientação das aresta de G tal que o digrafo obtido não possui caminhos dirigidos de comprimento k .

4- Na seguinte tabela estão indicados as disciplinas (d_j) às quais os alunos (a_i) de um dado ano de um dado curso estão matriculados:

	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6
a_1	X				X	
a_2	X	X				
a_3	X			X		
a_4					X	X
a_5	X	X		X		
a_6		X	X	X		
a_7		X		X		
a_8		X	X			

Pretende-se determinar uma atribuição de datas de exame de modo a que disciplinas com alunos em comum não tenham datas sobrepostas. Formalize o problema como um problema de coloração de grafos e responda, justificadamente, às seguintes questões.

- (a) Qual o número mínimo de datas necessárias?
- (b) Se tivermos à disposição 7 datas, quantas soluções é possível encontrar?