

11^a Ficha

Programação Matemática

1^o Semestre de 2008/2009

Prazo de entrega: 19 de Dezembro no final da aula teórica

1- [6 val.] Seja $G = (V, E)$ um grafo. Mostre que a cardinalidade máxima de uma coclique de G mais a cardinalidade máxima de uma clique de G não excede em 1 o número de vértices de G . Ou seja,

$$\alpha(G) + \omega(G) \leq |V| + 1$$

2- [6 val.] Determine, justificando, o número cromático do grafo $G = (V, E)$ dado pela matriz de adjacência:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

3- [8 val.] Suponhamos que uma dada empresa tem 6 empregados $E_1, E_2, E_3, E_4, E_5, E_6$ e que um dado dia são necessárias realizar 5 tarefas T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 com a duração de uma hora cada tarefa à excepção das tarefas T_4 e T_5 que demoram 2 e 3 horas a realizar (respectivamente). No quadro que se segue estão assinalados com um X os empregados necessários para cada tarefa:

| | E_1 | E_2 | E_3 | E_4 | E_5 | E_6 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| T_1 | X | | X | | | X |
| T_2 | X | X | | | X | |
| T_3 | | | | X | X | X |
| T_4 | | | X | X | | |
| T_5 | | X | | | | |

Pretende-se arranjar um horário laboral de modo a realizar as cinco tarefas no menor número de horas possível.

- (a) Formalize o problema como um problema de coloração de grafos.
- (b) Resolva o problema apresentando um horário válido com um número mínimo de horas.