

# 1<sup>a</sup> Ficha

## Programação Matemática

1<sup>o</sup> Semestre de 2008/2009

Prazo de entrega: 26 de Setembro no final da aula teórica

**1-** [5 val.] Determine os invólucros afim,  $aff(S)$ , convexo,  $conv(S)$ , e cónico,  $cone(S)$ , para os seguintes conjuntos:

(a)  $S = \{(1, 2), (2, 3)\}$ .

(b)  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1 \wedge x + y + z = 1\}$

**2-** [5 val.] Mostre que uma intersecção de uma família de conjuntos afins é um conjunto afim, uma intersecção de uma família de conjuntos convexos é um conjunto convexo e uma intersecção de uma família de cones é um cone.

**3-** [5 val.] Sejam  $A$  e  $B$  os subconjuntos de  $\mathbb{R}^n$ , mostre que:

(a)  $A \subseteq conv(A) \subseteq aff(A) \cap cone(A)$ .

(b)  $aff(aff(A)) = aff(A)$ ,  $conv(conv(A)) = conv(A)$  e  $cone(cone(A)) = cone(A)$ .

(c) Se  $A \subseteq B$  então  $aff(A) \subseteq aff(B)$ ,  $conv(A) \subseteq conv(B)$  e  $cone(A) \subseteq cone(B)$ .

**4-** [5 val.] Mostre que qualquer bola  $B(a, r) = \{x \in \mathbb{R}^n : \|x - a\| < r\}$  é um conjunto convexo.