Mas para que serve a Matemática?

16 de Julho de 2008

Manuel.Ricou@math.ist.utl.pt
Departamento de Matemática
Instituto Superior Técnico

Esta apresentação

- Ideias gerais
- Exemplos: Ciência, Tecnologia
- Alguma controvérsia: Economia, outros tópicos

Para que serve a Matemática, e, já agora, o que é?

- “É verdade que o Sr. Fourier pensava que o objectivo principal da Matemática era a utilidade pública e a explicação dos fenómenos naturais; mas um filósofo como ele devia saber que o objectivo único desta ciência é a glória do espírito humano, e que a este título um problema da teoria dos números vale tanto como uma questão sobre o Universo.”

  Carl Gustav Jacobi, 1804-1851, matemático alemão

- “The high technology so celebrated today is essentially a mathematical technology”

  Edward E. David, Presidente do Dep. de Investigação e Desenvolvimento, Exxon Co.

Para que serve a Matemática, e já agora, o que é (2)?

- “Mathematics is a vast adventure in ideas; its history reflects some of the noblest thoughts of countless generations. ... There is the same invigorating power in Euclid or Gauss as there is in Shakespeare, and there are places in Archimedes, in Fermat, or in Jacobi, which are as beautiful as Horace or Emerson.”

  Dirk Jan Struik, 1894-2000, matemático holandês, professor no MIT, no seu “Concise History of Mathematics”.

- Um seu estudante recordou-o da seguinte forma: *He taught mathematics not as some esoteric mystery, but as practical common sense. And yet, at the same time, he gave us a glimpse of the sheer beauty of it. It was at this time that I understood the line "Euclid alone has looked on beauty bare".*

Para que serve a Matemática?

- Certamente para

  - Construir modelos abstractos da realidade
  - Formular leis da natureza, que não são mais do que propriedades matemáticas desses modelos
  - Deduzir/calcular outras propriedades desses modelos, e portanto compreender, prever e modificar a realidade. Afinal de contas,

The high technology so celebrated today is essentially a mathematical technology

Departamento de Matemática
Instituto Superior Técnico

Para que serve a Matemática?

- Os Grandes também se enganam! G.H.Hardy, um dos maiores matemáticos do século XX, escreveu em "A Mathematician's Apology" que nunca produziu nada de verdadeiramente útil.

- Escolheu aliás dois exemplos, a Teoria dos Números e a Teoria da Relatividade, para ilustrar como a ciência fundamental se ocupava de temas que nunca teriam qualquer aplicação prática.

- Sendo que a Teoria da Relatividade se revelou "útil" de forma dramática, com a criação de armas nucleares, e a Teoria dos Números é hoje extensivamente utilizada como base dos sistemas de segurança implementados na Internet.

Departamento de Matemática
Instituto Superior Técnico

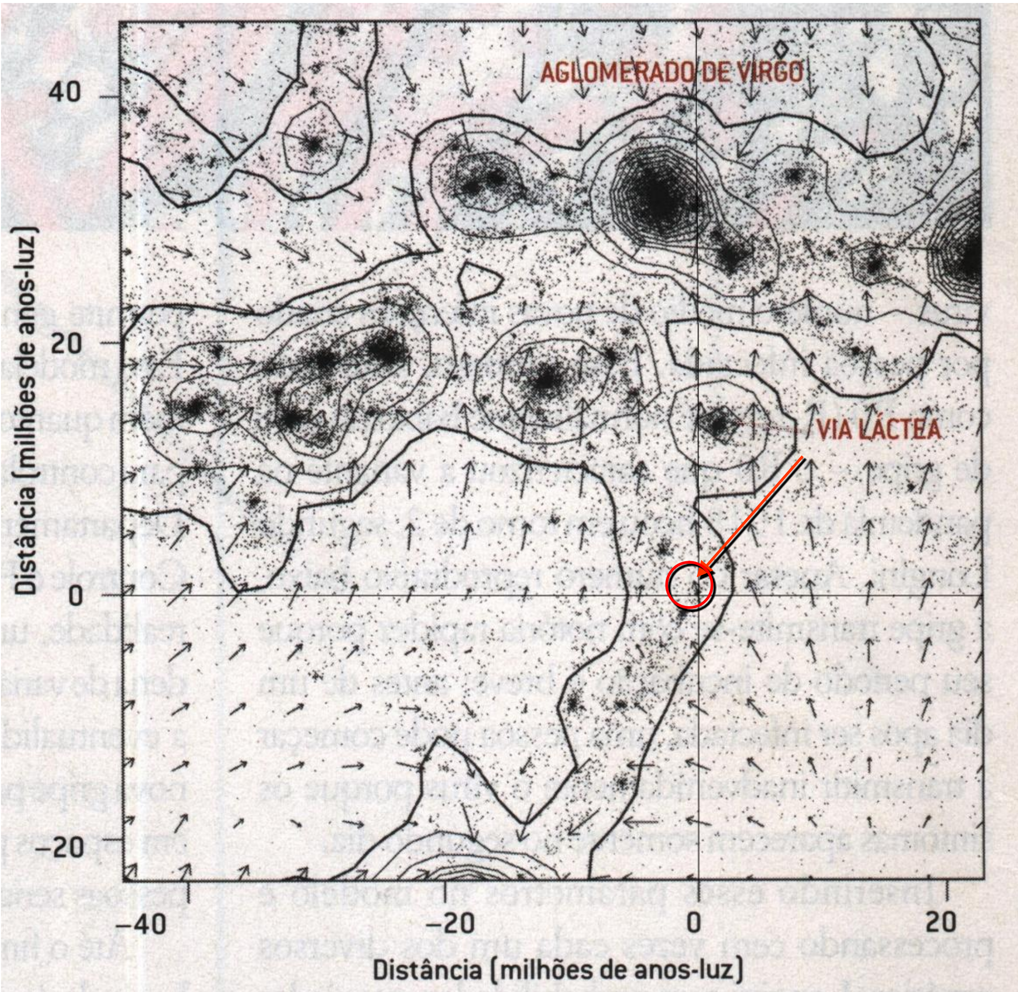
Um exemplo próximo, e certamente belo

24h + 51 m
≈ 28 dias

Leis de Kepler

Departamento de Matemática
Instituto Superior Técnico

Um exemplo mais longínquo



Apenas um campo vectorial, e Um campo escalar...

Mas nós aparecemos "no boneco",

E a escala é um bocadinho grande...

Correcção dos dados?
Modelos a aplicar???
Conclusões?

Departamento de Matemática
Instituto Superior Técnico

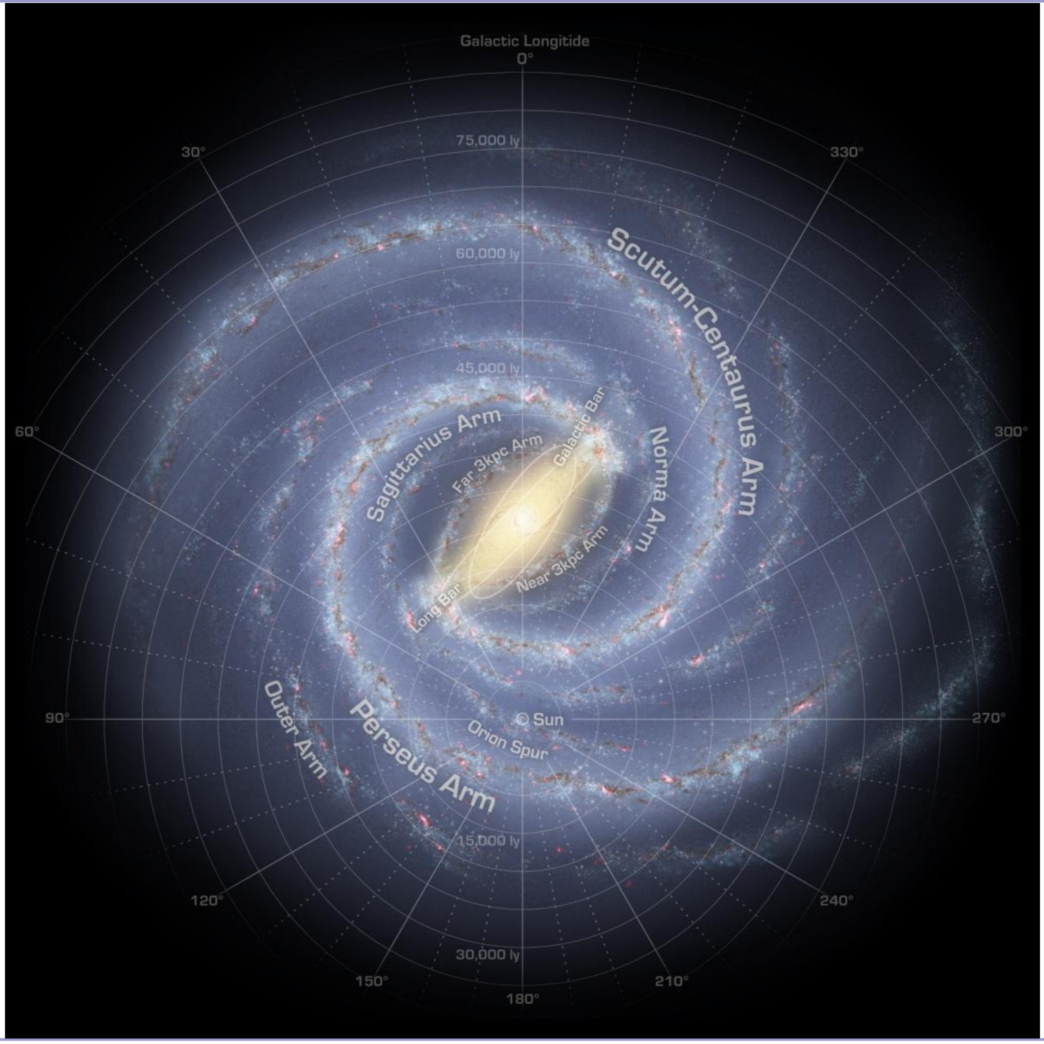
A Matemática só se aplica no espaço intergaláctico?

- Porque razão os efeitos especiais dos mais recentes filmes de Holywood são cada vez mais realistas?
- As transacções na Internet são seguras, e confidenciais? Como se devem processar dados para armazenagem fiável, transmissão e compactação de dados? O que é o MP3? Como se escreve num CD, ou num DVD? O que é o GSM, e o UMTS?
- Como se decifra o genoma (humano, ou de outras espécies)?
- Como se construem modelos para o clima do nosso planeta, incluindo os que são usados para:
  - Prever o tempo que vai fazer no próximo ano,
  - Debater o protocolo de Quioto, e
  - Determinar se nos aproximamos de uma nova Idade do Gelo?

Exemplos mais simples

- A aterragem de um avião pode ser hoje feita em piloto automático, incluindo o caso do “Space Shuttle”. Na verdade, medidas de posição (e atitude) e velocidade são permanentemente utilizadas para comparar a trajectória real com a desejada, e correcções calculadas com base na resolução de equações diferenciais da Mecânica Clássica de Newton.
- Na Medicina, é hoje possível “construir” imagens detalhadas do interior do corpo humano sem qualquer intrusão, usando apenas radiações especiais. O interior do corpo é deduzido da radiação recolhida por instrumentos, numa aplicação de técnicas de análise de Fourier, descobertas no século XIX. Técnicas análogas são essenciais para compreender a estrutura do interior da Terra a partir do estudo de abalos sismícos, incluindo para fins comerciais, ou na produção de imagens submarinas usando “sonar”. Um problema análogo mas mais simples é o da exacta localização de telemóveis. Fourier apenas queria entender a propagação do calor num corpo condutor…
- Os métodos de programação linear revolucionaram a produção industrial e a distribuição, sobretudo a partir da Segunda Grande Guerra (1939-1945).

Outra reconstituição por métodos indirectos



Departamento de Matemática
Instituto Superior Técnico

Outro exemplo recente (2)

- O GeneWays:
  - Ler artigos científicos (do universo da biologia)
  - Identificar entidades de tipos específicos (proteína, gene, ADN, doença, sintoma, espécie, etc.)
  - Identificar relações referidas no texto entre estas entidades
  - Popular bases de dados com factos e fontes
  - Automatizar parte do trabalho científico, uma espécie de "super-google" para cientistas

- Andrey Rzhetsky, biólogo-matemático russo, professor em Columbia, NY (vários prémios em Olimpíadas das Matemáticas) (Columbia Genome Center, Department of Medical Informatics, Department of Computer Science)

Mais exemplos recentes (3)

- Os “chips” neuromórficos
  - Retinas de silício para cegos
  - Processadores de som para surdos
  - Narizes electrónicos
- O sistema nervoso e os seus “periféricos” são uma rede de computação distribuída. Quais são os algoritmos efectivamente implementados a cada nível de processamento?
- Teoria ≠ Prática! Compreender/modelar algo não é o mesmo que a sua emulação física, ou a sua substituição...

Departamento de Matemática
Instituto Superior Técnico

As aplicações da Matemática são diversas...

A maior descoberta na aviação militar desde o motor a jacto:

- 1966, União Soviética: Ufimtsev publica (em russo) "Method of Edge Waves in the Physical Theory of Difraction". Este é uma adaptação de trabalhos fundamentais de Maxwell, e Sommerfeld.
- 1975, EUA, "Skunk Works" (Lockheed): O jovem matemático Denys Overholser lê (e compreende!) o artigo de Ufimtsev. Dá ao então "Chief Engineer" dos "Skunk Works", Ben Rich, "over a cup of instant coffee", o que este rapidamente reconhece como "a Pedra de Roseta da tecnologia invisível".
- 1975, Maio: Overholser completa o primeiro programa de optimização de formas (planas, triangulares). Os cálculos sugerem que é possível desenhar um avião equivalente no radar a um pequeno berlinde, tornando-o virtualmente invulnerável em combate noturno.
- 1975, Setembro: Os primeiros testes com uma maquette do avião comprovam os cálculos de Overholser. O avião, no entanto, é totalmente instável em voo.
- 1976, Abril: A USAF encomenda dois protótipos.
- 1977, Dezembro: O 1º F117 levanta voo, no deserto de Mojave. (O voo só é possível sob estrito controlo da electrónica, então já capaz de controlar em tempo real o comportamento do avião).

- A guerra aérea mudou completamente em 1991, tornando sistemas defensivos quase inúteis. 1% dos aviões atacantes destruíram 40% dos alvos atingidos, sem baixas. O primeiro F117 abatido foi-o no Kosovo, quase 10 anos mais tarde, e provavelmente por acaso.
- E a defesa? É hoje possível outra vez? Mais uma vez, a resposta provavelmente está na Matemática, e nas cada vez mais sofisticadas técnicas de imagiologia, criadas por matemáticos e físicos, e aplicadas intensivamente para fins militares e médicos.

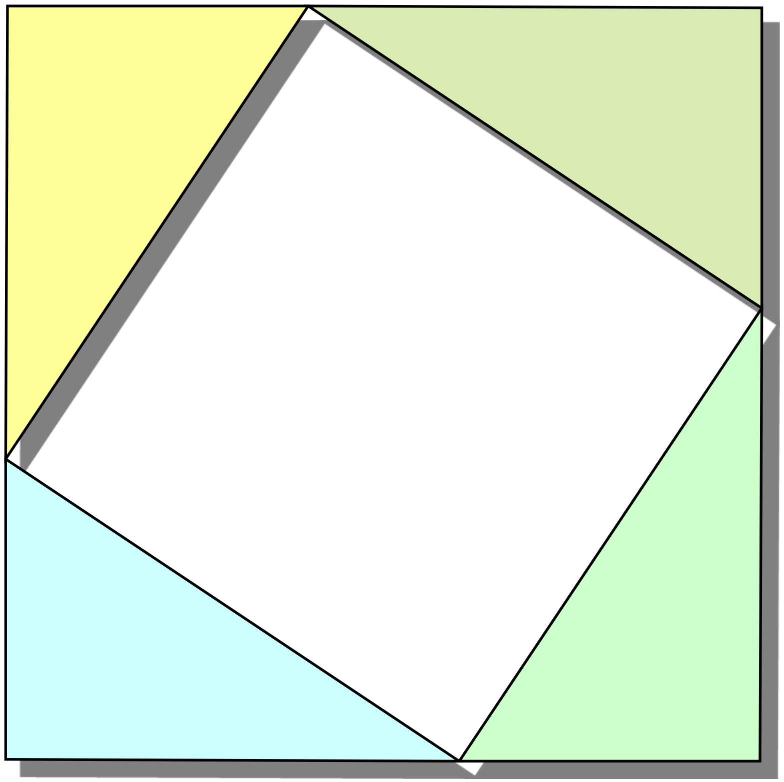
A Matemática é só “practical common sense”?

- *E questões como:*

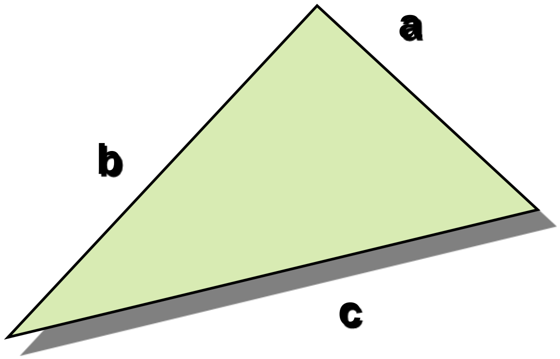
- O quadrado da hipotenusa é a soma dos quadrados dos catetos. Porquê?
- Existe um número infinito de primos. Porquê?
- Para que inteiros c é que a equação $x^2 + y^2 = c$ tem soluções naturais?
- Se $x^2 + y^2 = c$ tem soluções naturais e $x^2 + y^2 = d$ têm soluções naturais, a equação $x^2 + y^2 = cd$ tem soluções naturais? Exemplo: $c = 13$ e $d = 29$, com $cd = 377$.

Departamento de Matemática
Instituto Superior Técnico

O Teorema de Pitágoras



$$c^2 = a^2 + b^2$$



$$(a + b)^2 = c^2 + 4(ab/2)$$

Departamento de Matemática
Instituto Superior Técnico

A Matemática é um edifício lógico-dedutivo (mas em construção permanente, e com um "plano global" desconhecido...)

- Há 25 séculos, a propósito da Geometria: A "dedução" não é um processo de regressão infinita. É necessário começar com "axiomas".
- 1889: Peano observa que a Aritmética requer igualmente uma axiomática, e publica uma versão (em latim!).
- 1900: Hilbert, no Congresso Internacional da Matemática, levanta uma questão peculiar: os axiomas de Peano são completos, e consistentes? (problema 2 de 23).
- 1931: Godel, então um jovem de 25 anos, resolve o problema de Hilbert pela negativa: o problema não tem, nem pode ter nunca, solução.

Da Teoria à Prática...

- 1936: Turing define o seu “autómato universal”, hoje máquina de Turing. Introduz a noção de computabilidade.
- 1939: Turing mobilizado para Bletchey Park. Analisa a máquina Enigma. Constrói máquinas de processamento de informação.
- 1940-43: Turing constrói a “Bomba”, uma calculadora electro-mecânica, e consegue descodificar as mensagens Enigma dos submarinos alemães. A “Batalha do Atlântico” é ganha pelos aliados, facto decisivo para a evolução da guerra na Europa, em particular na Frente Leste. Máquinas de calcular cada vez mais potentes são construídas dos dois lados do Atlântico.
- 1945: A guerra do Pacífico termina, com as brutais explosões em Hiroshima e Nagasaki, tornadas possíveis por calculadoras que começam a ser electrónicas. Turing (e Von Neumann) compreendem que dados e programas são equivalentes. Nasce o computador moderno (“stored program machine”), os compiladores, as linguagens de programação.

Departamento de Matemática
Instituto Superior Técnico

A Matemática é um edifício lógico-dedutivo (mas não tem plano, e nenhuma máquina o poderá explorar indefinidamente)

- 1948: Turing discute a “inteligência artificial”
  - 1950: O “Teste de Turing”
  - 1951: *Computing Machinery and Intelligence*
  - 1952: *Can automatic calculating machines be said to think?*
  - 1954: *Solvable and Unsolvable Problems*

- 2008: Mas o que é a inteligência? Qual é a diferença entre o nosso cérebro, e os computadores?

E não falamos de Política e de Economia?

- Mais Matemática...

Departamento de Matemática
Instituto Superior Técnico

Exemplos ainda mais recentes!

- O exame de Matemática do 12º ano foi fácil, ou estarão os alunos melhor preparados?
- E as vagas disponíveis, por exemplo, em Medicina, são apropriadas? E os custos com o sistema de saúde?
- E o preço dos combustíveis? A sua evolução resulta da especulação, ou do normal funcionamento dos mercados?
- E as medidas anunciadas para combater a crise? Afinal, os impostos baixam ou sobem?
- Afinal, qual é a nossa riqueza? Onde devemos investir?

Departamento de Matemática
Instituto Superior Técnico

Valor acrescentado por trabalhador (k€/ano)

Sector	EU	Finland	Germany	Ireland	Portugal	Spain
Air transport	66.8	64.2			44.3	60.2
Building and repairing of ships		29.7	46.3	36.8	20	24.2
Computer and related activities	55.2	46.8		130.1	32.7	36.5
Construction	30.6	42	34.5		16.2	23.4
Manufacture of basic metals and fabricated metal products	40.9	59.5	50.3	43.9	17.2	37.5
Manufacture of chemicals, chemical products and man-made fibres	83.7	85.6	79.9	532.9	43	69.9
Manufacture of electrical and optical equipment	52.1	114.9	60.4	121.9	23.9	43
Manufacture of food products; beverages and tobacco	38.5	44.1	37.3	94.6	21.3	37.4
Manufacture of footwear	19.5	33.6	37.8	26.6	9.8	17.3
Manufacture of furniture; manufacturing n.e.c.	28.5	39.4	40.8		11.4	23.1
Manufacture of gas; distribution of gaseous fuels through mains		89.8	164.3		124.4	254
Manufacture of leather and leather products	22	33.9	35.9	28.3	10	18.9
Manufacture of machinery and equipment n.e.c.	44.8	54.1	54.6	48.7	21.8	37.3
Manufacture of motor vehicles	59.4	48.2	57.6		62.9	57
Manufacture of other non-metallic mineral products	42.4	59.2	52.6	69.3	26	44.4
Manufacture of pulp, paper and paper products; publishing and printing	53.8	98.2	55.7	168.3	36.7	44.1
Manufacture of pulp, paper and paperboard	92.4	144.3	88.9	77	146.1	88.3
Manufacture of textiles and textile products	23	36	38	29.8	11	21.3
Manufacture of transport equipment	52.5	38.2	57.8	55.1	31.6	47
Manufacture of wood and wood products	26.2	47	38.3	39.3	14.4	22.4
Manufacturing	44.6	70.6	53.7	132.2	19.3	38.7
Production and distribution of electricity		117.3	115		164.3	224.9
Quarrying of stone	38.3	52.2	56.1		23	37.5
Retail trade, except of motor vehicles, motorcycles; repair of personal and h	21.5	32.3	26.8	25.3	10.7	18
Telecommunications	105.2	97.9			125.4	124.8
Transport, storage and communication	45.7	48.8	52.7	73.4	37.5	40.8

Departamento de Matemática
Instituto Superior Técnico

Observações finais

- Desta vez, filosofia...

Departamento de Matemática
Instituto Superior Técnico

Para os alunos que se aproximam da Universidade...

- Preparem-se para o trabalho que têm pela frente. São necessários esforços e sacrifícios.
- Aprendam a estudar: leiam, discutam, perguntem, critiquem, contestem, planeiem.
- Saibam o que sabem, e o que desconhecem. Saibam sempre o que têm para aprender em cada momento.
- É necessário (mas fácil) executar cálculos, e memorizar algoritmos. Mas o que é mesmo necessário é resolver "problemas com palavras", e sobretudo "provar coisas".
- Estudem “teoria”. Não se limitem a ver “problemas-tipo”, para, em larga medida, decorar a técnica de resolução.

Os alunos ... (2)

- Precisam aprender o que é um raciocínio lógico correcto, e o que não passa de simples "nonsense“, de preferência em linguagem “rebuscada”, com muitas palavras “difíceis”. Aprendam a exprimir-se com clareza, em linguagem simples, e a organizar e expor raciocínios lógicos correctos e completos.
- Cultivem-se no sentido mais humano do termo, e conheçam o mundo real e os problemas da actualidade.
- Na era da informática, quando é EVIDENTE que as tecnologias da Informação e das Comunicações estão a modificar o mundo, à escala planetária, e duma forma sem precedentes históricos, devem conhecer a área, o que pode ser feito, como se faz. Devem ser capazes de escrever código correcto em <u>alguma</u> linguagem de programação, e usar aplicações informáticas hoje corriqueiras.

Departamento de Matemática
Instituto Superior Técnico

Em muitos casos,

- A estrutura dedutiva da matemática actual é uma surpresa para a qual não estão infelizmente bem preparados.
- Este universo de axiomas, definições e teoremas, onde se debatem questões algo etéreas sobre a existência e propriedades de entidades abstractas é um mundo novo, e a sua aprendizagem exige esforços muito significativos
- Saibam mais sobre a Ciência em geral, e sobre o método científico em particular. Conheçam melhor a Tecnologia moderna.

O que TEMOS que exigir a nós próprios

- Usar o chamado "conhecimento científico":
  - Reconhecer o que é o trabalho científico e técnico, os seus métodos e objectivos,
  - Distinguir questões científicas e técnicas, de questões éticas e filosóficas,
  - Distinguir a argumentação séria, lógica e fundamentada da simples propaganda política, que no melhor dos casos é produzida para enganar, e nos piores casos apenas incita ao ódio e à intolerância,
  - Distinguir conclusões e afirmações efectivamente suportadas por dados objectivos conhecidos e compreendidos (i.e., sustentadas por teorias com comprovado valor científico) de meras opiniões sustentadas por nada além de palavras, mesmo que ditas por pessoas "importantes".

O que temos todos que ser

- Adultos completos, capazes de apreciar e gozar a enorme herança (cultural, económica, ética, filosófica) disponível hoje, e contribuir para o seu enriquecimento.
- Cidadãos participantes na vida pública, como observadores e actores, críticos, ambiciosos, realistas, inteligentes.
- Trabalhadores produtivos, criadores de riqueza económica, inovadores, empreendedores, com contributo económico positivo para a prosperidade colectiva.
- Em suma, preparados e motivados para os desafios do futuro, que se prevê certamente difícil, mas que terá pelo menos novas e maiores oportunidades.

Obrigado!

Manuel.Ricou@math.ist.utl.pt