

## Trabalho de Métodos Numéricos

Lic. Eng. Electrotécnica, Civil, Naval, Minas e Materiais

Prazo de Entrega: 9 de Maio 2005

Limite de páginas para o relatório = 10.

**VERSÃO 2/2005.**

### A: Secção Teórica

Considere a equação

$$110x = 1 + 110 \frac{x^3 + e^{-x}}{x^2 + 1}$$

a) Justifique que a equação tem apenas duas raízes reais.

b)i) Mostre que o método iterativo com função iteradora  $g(x) = (1 + 110e^{-x} + x^2)/110$  converge para uma das raízes, digamos  $z_1$ , qualquer que seja a aproximação inicial  $x_0 \in [0.3, 1]$ . Determine ainda a ordem de convergência do método.

b)ii) Analise se é possível usar o mesmo método para aproximar a outra raiz  $z_2$ .

c) Para aproximar  $z_2$ , considere o método iterativo

$$x_{m+1} = x_m - \frac{1 + 110e^{-x_m} - 110x_m + x_m^2}{-110 - 110e^{-x_m} + 2x_m}$$

Indique um intervalo onde escolher  $x_0$  de modo ao método convergir para  $z_2$ . Determine ainda a ordem de convergência do método.

### B: Secção Computacional

d)-i) Relativamente a b)i), calcule aproximações para  $z_1$ , começando com  $x_0 = 0.3$ , até que seja satisfeito o seguinte critério de paragem:  $|x_{n+1} - x_n| < 10^{-6}$ . Justifique o critério usado.

d)-ii) Utilizando os dados fornecidos pelo programa, calcule os quocientes  $\frac{|e_{n+1}|}{|e_n|^p}$ ,  $n = 0, 1, \dots, N-1$  com vários valores de  $p$ : 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5. Diga o que esses valores indicam no que respeita à ordem de convergência? Estão de acordo com o valor da ordem obtido em b)? (Tome  $z$  como sendo a aproximação final  $x_{N+1}$ ).

d)-iii) Calcule ainda uma aproximação para o coeficiente assintótico de convergência  $K_\infty$ . Explique o resultado com base no estudo da função iteradora.

e) Utilizando o método considerado em c), calcule aproximações para  $z_2$ , começando com um  $x_0$  à sua escolha e utilizando o critério de paragem já referido.