

Trabalho de Métodos Numéricos

Lic. Eng. Electrotécnica, Civil, Naval, Minas e Materiais

Prazo de Entrega: 9 de Maio 2005

Limite de páginas para o relatório = 10.

VERSÃO 6/2005.

A: Secção Teórica

Considere o segmento S com extremos $P(2, 24)$ e $Q(5, 51)$ e a curva $C = \{(t, t^3), t \in \mathbf{R}\}$.

a) Mostre que C intersecta S num único ponto, que designamos por (z, z^3) .

b) Considere os métodos iterativos do ponto fixo com funções iteradoras

$$(M1) \quad g_1(x) = \sqrt{9 + \frac{6}{x}} \quad (M2) \quad g_2(x) = \frac{6 + 2x^3}{-9 + 3x^2}$$

i) Justifique que g_2 é a função iteradora do método de Newton para uma certa função f . Mostre que os dois métodos referidos convergem para z , qualquer que seja a iterada inicial $x_0 \geq 2$, e determine as respectivas ordens de convergência.

ii) Para o método associado a g_1 , determine *à priori* o número de iterações que garantem uma aproximação x_{n+1} com um erro absoluto inferior a 10^{-6} , supondo que $x_0 \in [2, 5]$.

c) Mostre que, para aproximar z , não pode utilizar um método baseado na função iteradora

$$g_3(x) = \frac{9x + 6}{x^2}.$$

B: Secção Computacional

d) Utilizando os métodos estudados atrás, calcule aproximações para z até que seja satisfeito o seguinte critério de paragem: $|x_{n+1} - x_n| < 10^{-6}$, considerando as aproximações iniciais $x_0 = 2$ e $x_0 = 5$. Compare os resultados dos 2 métodos convergentes, comentando quanto à ordem de convergência e número de iterações realmente necessárias para atingir a precisão requerida. Justifique ainda o critério de paragem usado.

e)-i) Utilizando os dados fornecidos pelo programa, calcule os quocientes $\frac{|e_{n+1}|}{|e_n|^p}$, $n = 0, 1, \dots, N - 1$ com vários valores de $p : 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5$. Diga o que esses valores indicam no que respeita às ordens de convergência? Estão de acordo com os valores teóricos? (Tome z como sendo a aproximação final x_{N+1}).

e)-ii) Calcule ainda valores aproximados dos coeficientes assintóticos de convergência K_∞ , comparando com os valores teóricos.