

Trabalho de Métodos Numéricos

Lic. Eng. Electrotécnica, Civil, Naval, Minas e Materiais

Prazo de Entrega: 9 de Maio 2005

Limite de páginas para o relatório = 10.

VERSÃO 7/2005.

A: Secção Teórica

Considere o segmento $S = \{(t, 2), -1.1 \leq t \leq 0\}$ e a curva $C = \{(t, \frac{t^3}{3} - 3t), t \in \mathbf{R}\}$.

- a) Mostre que C intersecta S num único ponto, que designamos por $(z, 2)$.
- b) Considere a família de funções

$$g_\lambda(x) = x + \lambda \left(\frac{x^3}{3} - 3x - 2 \right). \quad (1)$$

i) Mostre que, se $\lambda \in]0, 0.65]$, o método do ponto fixo com função iteradora g_λ converge para z , se a iterada inicial x_0 estiver suficientemente próxima de z .

ii) No caso em que $\lambda = 1.5$, o que pode dizer quanto à convergência do método ?

c) É possível usar o método de Newton para aproximar z ? No caso afirmativo, indique um intervalo onde pode escolher x_0 de modo a garantir a convergência do método para z . Determine a ordem de convergência.

B: Secção Computacional

d)-i) Relativamente a **b-i)**, calcule aproximações para z até que seja satisfeito o seguinte critério de paragem: $|x_{n+1} - x_n| < 10^{-6}$, considerando $x_0 = -1.1$ e fazendo $\lambda_k = 0.05k$, $k = 1, 2, \dots, 10$. Verifique, para cada λ_k , o número de iterações necessárias para que o critério de paragem seja satisfeito. Com base nesses valores, determine o valor de $\lambda_k = \Lambda$ que proporciona a convergência mais rápida. Justifique ainda o critério de paragem utilizado.

d)-ii) Explique o resultado da alínea anterior com base no estudo da função iteradora.

d)-iii) Utilizando os dados fornecidos pelo programa, com $\lambda = 0.45$, calcule os quocientes $\frac{|e_{n+1}|}{|e_n|^p}$, $n = 0, 1, \dots, N - 1$ com vários valores de $p : 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5$. Diga o que esses valores indicam no que respeita à ordem de convergência. Estão de acordo com o valor teórico ? (Tome a aproximação final x_{N+1} como sendo z ($z = x_{N+1}$)).

e) Considere o caso em que $\lambda = 1.5$. Aplique o método com várias escolhas de x_0 : -1, -1.1, -0.705. Relacione os resultados obtidos com o estudo teórico feito em **b-ii)**.

f) Calcule uma aproximação para z usando o método de Newton e o critério de paragem acima, tomando $x_0 = -1.1$. Compare com os resultados obtidos na alínea **d-i)** (usando o valor Λ) e comente sobre a rapidez de convergência dos 2 métodos.