

## Trabalho de Métodos Numéricos

Lic. Eng. Electrotécnica, Civil, Naval, Minas e Materiais

Prazo de Entrega: 9 de Maio 2005

Limite de páginas para o relatório = 10.

VERSÃO 8/2005

### A: Secção Teórica

Considere a equação  $f(x) = 0$ , com

$$f(x) = x^3 - 2e^{-x^2} \quad (1)$$

a) Mostre que a equação  $f(x) = 0$  tem uma e uma só raiz, que designaremos por  $z$ .

b) Considere os seguintes métodos iterativos

$$(M1) \quad x_{n+1} = 2^{1/3} e^{-x_n^2/3} \quad (M2) \quad x_{n+1} = x_n + x_n^3 - 2e^{-x_n^2}.$$

i) Verifique teoricamente que um dos métodos acima converge para  $z$ , qualquer que seja a aproximação inicial  $x_0$ , e que o outro diverge.

ii) Para o método convergente da alínea anterior, determine *à priori* o número de iterações que garantem uma aproximação  $x_{n+1}$  com um erro inferior a  $10^{-6}$ , supondo  $x_0$  um real qualquer escolhido no intervalo  $[0, 2]$ .

iii) Mostre que nesse intervalo é válida a seguinte fórmula de majoração:  
 $|z - x_{n+1}| \leq (1/2)|x_{n+1} - x_n|$ . Determine também a ordem de convergência do método.

c) Estude o método de Newton no que respeita à convergência para  $z$ , se tomar para iterada inicial  $x_0 > 1$ .

### B: Secção Computacional

d) Usando o método convergente estudado em b)-i, calcule uma aproximação de  $z$ , com  $x_0 = 0$  e utilizando um critério de paragem que permita obter um erro inferior a  $10^{-6}$ .

e)-i) Utilizando os dados fornecidos pelo programa, calcule os quocientes  $\frac{|e_{n+1}|}{|e_n|^p}$ ,  $n = 0, 1, \dots, N-1$  com vários valores de  $p$ : 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5. Diga o que esses valores indicam no que respeita à ordem de convergência. Estão de acordo com o valor da ordem obtido em b) ? (Tome  $z$  como sendo a aproximação final  $x_{N+1}$ ).

**e)-ii)** Calcule ainda uma aproximação para o coeficiente assintótico de convergência  $K_\infty$  e explique o resultado da alínea e) com base no estudo da função iteradora.

**f)** Calcule uma aproximação para  $z$  usando o método de Newton com  $x_0 = g(0)$ , onde  $g$  é a função iteradora do método usado em d). Utilize um critério de paragem que permita obter um erro inferior a  $10^{-6}$ . Comente sobre a rapidez de convergência dos 2 métodos considerados nesta secção.