Teste de
MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

10/11/06 - Versão a

Fórmulas:

Método de Doolittle:

$$l_{ik} = (a_{ik} - \sum_{r=1}^{k-1} l_{ir} u_{rk})/u_{kk}$$

$$u_{kj} = a_{kj} - \sum_{r=1}^{k-1} l_{kr} u_{rj}$$

Método iterativo de Jacobi:

$$x_i^{(k+1)} = (b_i - \sum_{j=1, j\neq i}^{n} a_{ij} x_j^{(k)})/a_{ii}, \qquad C = -M^{-1}N$$

Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -\beta & 1 \\ \beta & -\beta & -1 \\ \beta & -\beta & 1 \end{bmatrix}, \qquad \beta \in I\!R.$$

1. Obtenha a factorização de Doolittle de A. [0.7]
2. Com base na factorização obtida, calcule $DetA$. Para que valores de β a matriz A é invertível? [0.5]
3. Justifique que, quando aplicado a um sistema com a matriz A, o método de Jacobi converge se e só se $0 < \beta < 1$. [0.7]
4. Considere o sistema $A\,x = b$, com $b = (1, 1, 1)^T$. Partindo da aproximação inicial $x^{(0)} = (1, 0, 0)^T$, efectue a primeira iteração do método de Jacobi. [0.5]
5. O que entende por um sistema linear bem condicionado? Sabendo que

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1-\beta} & 0 & \frac{-1}{1-\beta} \\ \frac{1}{1-\beta} & -\frac{1}{2\beta} & \frac{1+\beta}{-2\beta+2\beta^2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix},$$

diga, justificando, se o sistema é bem ou mal condicionado, para valores muito grandes de β. [0.7]