



# Cálculo Diferencial e Integral I

## 9ª Ficha de problemas

### Integral de Riemann

1. Calcule os seguintes integrais:

$$a) \int_{\frac{\pi^2}{36}}^{\frac{\pi^2}{16}} \frac{\cos(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx \quad , \quad b) \int_{e^1}^{e^e} \frac{\ln(\ln x)}{x \ln x} dx \quad , \quad c) \int_{\sqrt{\frac{\pi}{6}}}^{\sqrt{\frac{\pi}{4}}} x \cotg(x^2) dx \quad ,$$

2. Calcule os seguintes integrais:

$$a) \int_0^1 x e^{2x} dx \quad , \quad b) \int_1^0 \arctg(x) dx \quad , \quad c) \int_1^e \ln^2(x) dx \quad ,$$

3. Calcule os seguintes integrais:

$$a) \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^4}{x^2 - 1} dx, \quad b) \int_1^2 \frac{x + 1}{x^3 + 2x^2} dx, \quad c) \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{2}{x^3 - 1} dx, \quad d) \int_0^1 \frac{1}{(x^2 + 1)^2} dx$$

4. Analise a diferenciabilidade de cada uma das seguintes funções definidas em subconjuntos de  $\mathbb{R}$  e calcule as respectivas derivadas.

$$a) \int_x^0 e^{4t^2} dt \quad , \quad b) \int_0^{\cos x} e^{t^2 + 2x} dt \quad , \quad c) \int_x^{x^2} \frac{1}{\ln(1 + t^2)} dt$$

5. Calcule

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4}{\int_0^{x^2} \operatorname{sh}(t) dt}$$

6. Considere a função  $\varphi : ]0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$ , definida por

$$\varphi(x) = \int_1^x \frac{t}{(1 + t^2)^2} \ln(t) dt.$$

a) Calcule  $\varphi(2)$ .

b) Justifique que  $\varphi$  é diferenciável em  $\mathbb{R}^+$  e calcule  $\varphi'(x)$ , para  $x > 0$ .

c) Estude  $\varphi$  quanto à monotonia e verifique que existe um e um só ponto  $c > 0$  tal que  $\varphi(c) = 0$ .