

## ÁLGEBRA LINEAR A

TESTE 1 – 23 DE OUTUBRO DE 2003 – 16:10-17H

### Instruções

- **Não abra este caderno** de teste antes de ser anunciado o início da prova.
- Preencha os seus dados na parte de baixo desta folha.
- Cada um dos quatro problemas vale 5 pontos. A cotação do problema (4) é igualmente repartida pelas suas alíneas.
- Apresente e justifique todos os cálculos.
- Não é permitida a utilização de quaisquer elementos de consulta nem de máquinas calculadoras. É permitida a utilização de papel de rascunho.
- **A revisão de provas** é na 5ª feira, 30 de Outubro, 17h-18h, na sala de dúvidas.
- Boa sorte!

### Para a correcção

pergunta	classificação
(1)	
(2)	
(3)	
(4)(a)	
(4)(b)	
(4)(c)	
(4)(d)	
(4)(e)	
total	

Nº:

Curso: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

(1) Determine a solução geral do sistema

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 8 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 5 \\ 2x_3 - 2x_4 = 6 \end{cases}$$

(2) Calcule o núcleo e a imagem da transformação linear

$$T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2, \quad T \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3x + y + z \\ y + z \end{bmatrix}$$

(3) Para que escolhas do parâmetro  $k$  é que a seguinte matriz é invertível?

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & k & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

(4) Indique, justificadamente (com breves argumentos ou contra-exemplos), se cada uma das seguintes afirmações é verdadeira ou falsa. *Não é atribuída qualquer cotação ao simples assinalar do correcto valor lógico da afirmação.*

(a) Há sistemas de três equações lineares a três incógnitas com exactamente três soluções.

Verdadeira

Falsa

(b) Há uma matriz  $A$  tal que  $A \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$  e  $A \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ .

Verdadeira

Falsa

(c) A matriz  $\begin{bmatrix} k+1 & 2 \\ -1 & k-1 \end{bmatrix}$  é invertível para qualquer número real  $k$ .

Verdadeira

Falsa

(d) Se para uma transformação linear  $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  o núcleo está incluído na imagem, então  $T$  não é invertível.

Verdadeira

Falsa

(e) Se uma matriz quadrada  $A$  satisfaz  $A^2 = 0$ , então a matriz  $\text{Id} + A$  é necessariamente invertível.

Verdadeira

Falsa