

## ÁLGEBRA LINEAR A

TESTE 2 – 4 DE NOVEMBRO DE 2003 – 11:10-12H

### Instruções

- **Não abra este caderno** de teste antes de ser anunciado o início da prova.
- Preencha os seus dados na parte de baixo desta folha.
- Cada um dos quatro problemas vale 5 pontos, sendo a cotação igualmente repartida pelas alíneas de cada problema.
- Apresente e justifique todos os cálculos.
- Não é permitida a utilização de quaisquer elementos de consulta nem de máquinas calculadoras. É permitida a utilização de papel de rascunho.
- **A revisão de provas** é na 5ª feira, 13 de Novembro, 17h-18h, na sala de dúvidas.
- Boa sorte!

### Para a correcção

pergunta	classificação
(1)	
(2)	
(3)(a)	
(3)(b)	
(4)(a)	
(4)(b)	
(4)(c)	
(4)(d)	
(4)(e)	
total	

Nº:

Curso: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

(1) Forneça bases para o núcleo e para o espaço das colunas da matriz

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} .$$

(2) Considere a transformação linear

$$T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^4$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \mapsto \begin{bmatrix} -x_1 + x_2 + x_3 \\ x_1 - x_2 + x_3 \\ x_1 + x_2 - x_3 \\ x_1 + x_2 + x_3 \end{bmatrix}$$

Determine a matriz que representa  $T$  relativamente às bases ordenadas

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ de } \mathbb{R}^3 \text{ e } \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ de } \mathbb{R}^4 .$$

- (3) No espaço dos polinómios reais de variável real de grau menor ou igual a 2, considere os elementos  $p_1(x) = x + x^2$ ,  $p_2(x) = 3x^2$  e  $p_3(x) = x - x^2$ .
- (a) Determine uma base do subespaço  $V = \mathcal{L}(p_1, p_2, p_3)$  gerado por estes três polinómios e indique a dimensão de  $V$ .

- (b) Determine uma base para o subespaço  $W = \{p \in V : p'(0) = p(0) = 0\}$ .

(4) Indique, justificadamente (com breves argumentos ou contra-exemplos), se cada uma das seguintes afirmações é verdadeira ou falsa. *Não é atribuída qualquer cotação ao simples assinalar do correcto valor lógico da afirmação.*

(a) O plano definido por  $x - y - z = 1$  é um subespaço vectorial de  $\mathbb{R}^3$ .

Verdadeira

Falsa

(b) Existe uma transformação linear injectiva  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  com  $T \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$  sempre múltiplo do vector  $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ .

Verdadeira

Falsa

(c) Há uma matriz invertível  $n \times n$  cuja inversa tem característica  $n - 1$ .

Verdadeira

Falsa

(d) Para uma qualquer matriz quadrada que satisfaça  $A^2 = A$ , a imagem e o núcleo de  $A$  só podem ter o vector nulo em comum.

Verdadeira

Falsa

(e) O núcleo de duas transformações lineares semelhantes é o mesmo.

Verdadeira

Falsa