

ÁLGEBRA LINEAR A

TESTE 4 – 9 DE DEZEMBRO DE 2003 – 8:10-9H

Instruções

- **Não abra este caderno** de teste antes de ser anunciado o início da prova.
- Preencha os seus dados na parte de baixo desta folha.
- Cada um dos quatro problemas vale 5 pontos, sendo a cotação igualmente repartida pelas alíneas de cada problema.
- Apresente e justifique todos os cálculos.
- Não é permitida a utilização de quaisquer elementos de consulta nem de máquinas calculadoras. É permitida a utilização de papel de rascunho.
- **A revisão de provas** é na 3ª feira, 16 de Dezembro, 16h-17h, na sala de dúvidas.
- Boa sorte!

Para a correcção

pergunta	classificação
(1)(a)	
(1)(b)	
(2)(a)	
(2)(b)	
(3)(a)	
(3)(b)	
(4)(a)	
(4)(b)	
(4)(c)	
(4)(d)	
(4)(e)	
total	

Nº:

Curso: _____

Nome: _____

(1) Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 9 & 0 & 0 \end{bmatrix} .$$

(a) Calcule os valores e os vectores próprios (eventualmente complexos) de A .

(b) Decida se A é diagonalizável (eventualmente sobre \mathbb{C}) e em caso afirmativo escreva uma diagonalização, i.e., escreva A na forma SDS^{-1} onde D é uma matriz diagonal e S é uma matriz de mudança de base.

(2) Considere a matriz

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} .$$

(a) Calcule os valores e os vectores próprios (eventualmente complexos) de B .

(b) Escreva uma decomposição de Jordan para B (eventualmente sobre \mathbb{C}), i.e., escreva B na forma SJS^{-1} onde J é uma forma canónica de Jordan e S é uma matriz de mudança de base.

(3) Para um parâmetro $k \in \mathbb{R}$ arbitrário, considere a matriz

$$C = \begin{bmatrix} 0 & k & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} .$$

(a) Calcule os valores próprios (eventualmente complexos) de C em função de k .

(b) Para que valores de k é que a matriz C é diagonalizável (sobre \mathbb{C})?

(4) Indique, justificadamente (com breves argumentos ou contra-exemplos), se cada uma das seguintes afirmações é verdadeira ou falsa. *Não é atribuída qualquer cotação ao simples assinalar do correcto valor lógico da afirmação.*

(a) Se v é um vector próprio de uma matriz A , então v também é vector próprio de A^3 .

Verdadeira

Falsa

(b) Se uma matriz A é diagonalizável sobre \mathbb{R} , então qualquer vector de \mathbb{R}^n pode ser expresso como uma soma de vectores próprios de A .

Verdadeira

Falsa

(c) Se o quadrado A^2 de uma matriz é diagonalizável, então A é diagonalizável.

Verdadeira

Falsa

(d) Há uma matriz A com k valores próprios distintos cuja característica é estritamente menor do que $k - 1$.

Verdadeira

Falsa

(e) Se A e B são matrizes $n \times n$ diagonalizáveis sobre \mathbb{R} que comutam, então existe uma base de \mathbb{R}^n constituída por vectores próprios de A e B simultaneamente.

Verdadeira

Falsa