

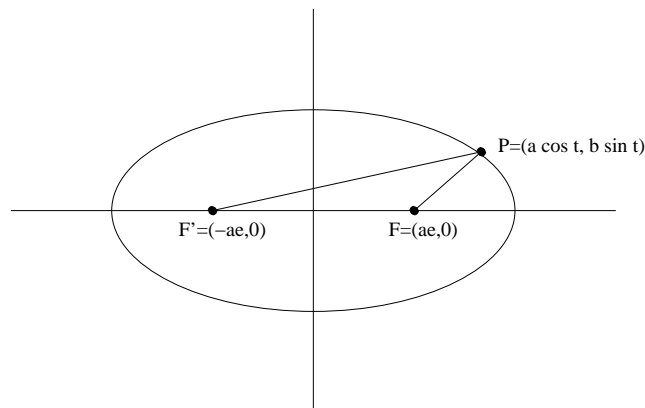
GEOMETRIA I – LMAC

FICHA 6 – ESPELHOS

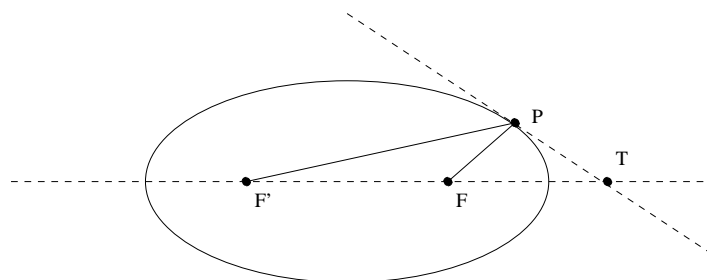
para entregar até à aula teórica de **4ª feira, 5 de Junho**

Em primeira aproximação e para muitas superfícies, os raios de luz, as ondas sonoras, as ondas de rádio, o calor radiado, etc. satisfazem a seguinte lei de reflexão: *o ângulo que um raio incidente faz com o plano tangente à superfície é igual ao ângulo que o respectivo raio reflectido faz com esse plano tangente.*

- (1) Mostre que: *a luz proveniente de um foco de um **espelho elíptico** é reflectida na elipse com direcção ao segundo foco.* As seguintes etapas podem ser úteis:

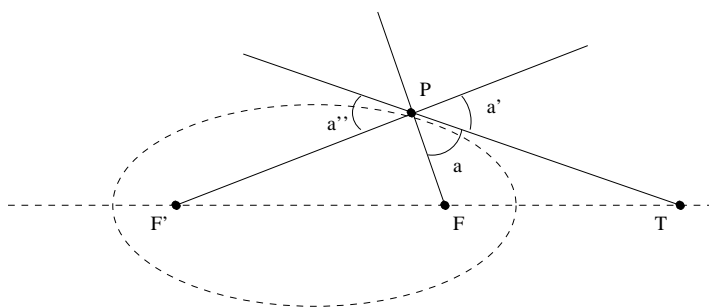


- (a) Escreva a equação cartesiana da tangente à elipse num ponto P e calcule as coordenadas do ponto T onde a tangente em P intersecta o eixo dos xx .

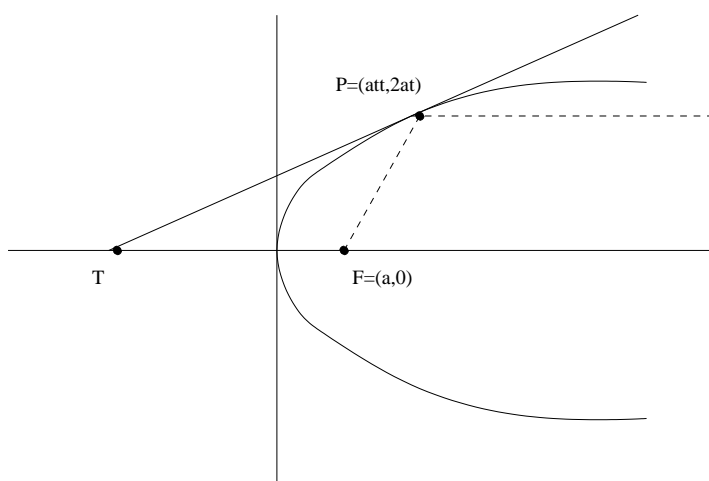


- (b) Deduza que $\frac{|PF|}{|PF'|} = \frac{1-e \cos t}{1+e \cos t} = \frac{|TF|}{|TF'|}$, pelo que aplicando a lei dos senos aos triângulos PFT e $PF'T$ se obtém

$$\frac{\sin \angle PTF}{\sin \angle TPF} = \frac{\sin \angle PTF'}{\sin \angle TPF'}$$



- (c) Notando que $\angle PTF = \angle PTF'$, mostre que $\angle TPF + \angle TPF' = \pi$. Observando a figura acima (onde $a = \angle TPF$), conclua a demonstração da lei de reflexão de uma elipse mostrando que $a = a' = a''$.
- (2) Mostre que: os raios de luz paralelos ao eixo de um **espelho parabólico** são reflectidos na parábola com direcção ao foco; reciprocamente, os raios de luz provenientes do foco são reflectidos na parábola tornando-se num feixe de raios paralelos ao eixo. As seguintes etapas podem ser úteis:
- (a) Escreva a equação cartesiana da tangente à parábola num ponto P e calcule as coordenadas do ponto T onde a tangente em P intersecta o eixo dos xx .



- (b) Verifique que $|TF| = |PF|$, pelo que o triângulo PTF é isósceles. Conclua a demonstração observando a figura acima.
- (3) Não é necessário entregar a resolução deste exercício.
Usando uma estratégia semelhante à do exercício (1), mostre que: a luz proveniente de um foco de um **espelho hiperbólico** é reflectida na hipérbole de maneira a parecer que foi emitida do segundo foco; além disso, luz dirigida a um foco é reflectida no espelho hiperbólico com direcção ao segundo foco.