Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Secção de Álgebra e Análise

Última actualização: 22/5/2002

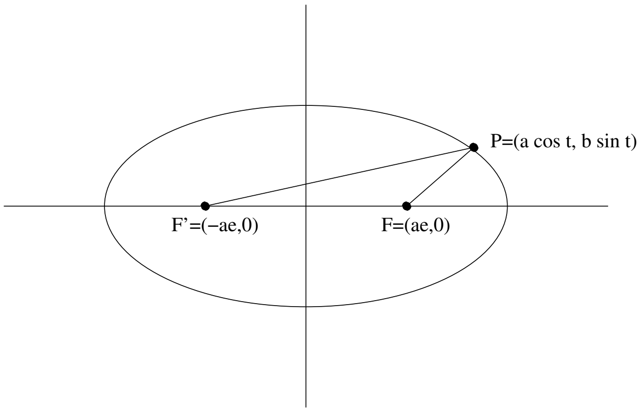
GEOMETRIA I – LMAC

FICHA 6 – ESPELHOS

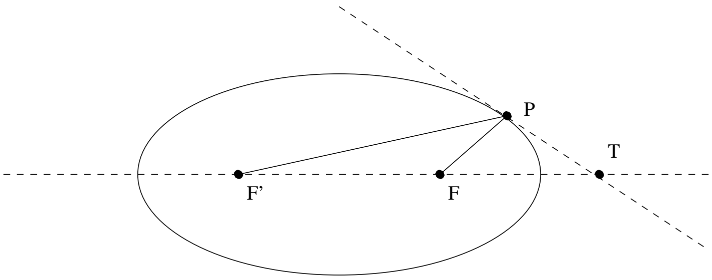
para entregar até à aula teórica de **4ª feira, 5 de Junho**

Em primeira aproximação e para muitas superfícies, os raios de luz, as ondas sonoras, as ondas de rádio, o calor radiado, etc. satisfazem a seguinte lei de reflexão:
o ângulo que um raio incidente faz com o plano tangente à superfície é igual ao ângulo que o respectivo raio reflectido faz com esse plano tangente.

(1) Mostre que: *a luz proveniente de um foco de um* **espelho elíptico** *é reflectida na elipse com direcção ao segundo foco.* As seguintes etapas podem ser úteis:

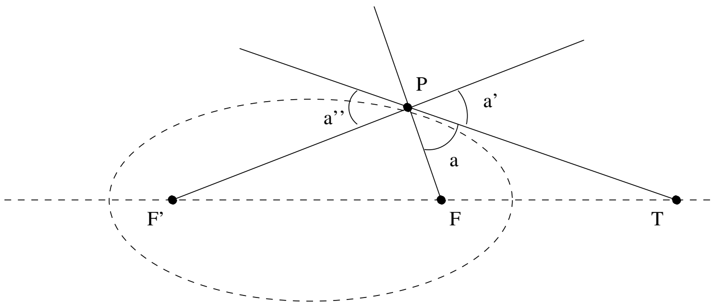


(a) Escreva a equação cartesiana da tangente à elipse num ponto P e calcule as coordenadas do ponto T onde a tangente em P intersecta o eixo dos xx.



(b) Deduza que $\frac{|PF|}{|PF'|} = \frac{1-e\cos t}{1+e\cos t} = \frac{|TF|}{|TF'|}$, pelo que aplicando a lei dos senos aos triângulos PFT e $PF'T$ se obtém

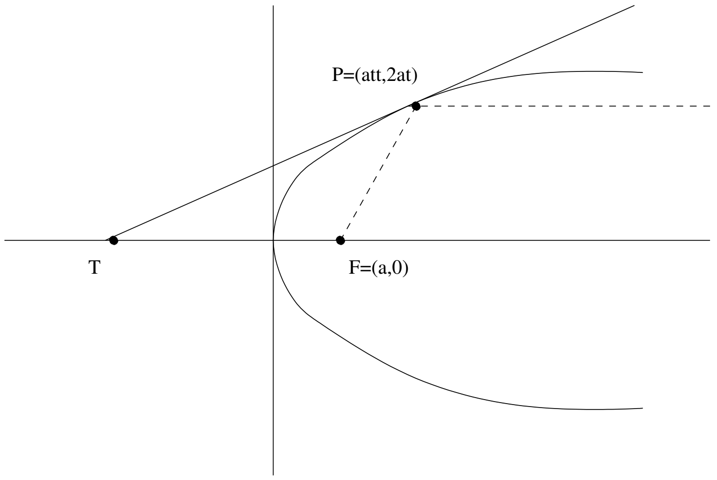
$$\frac{\sin \measuredangle PTF}{\sin \measuredangle TPF} = \frac{\sin \measuredangle PTF'}{\sin \measuredangle TPF'} .$$



(c) Notando que $\measuredangle PTF = \measuredangle PTF'$, mostre que $\measuredangle TPF + \measuredangle TPF' = \pi$. Observando a figura acima (onde a= $\measuredangle TPF$), conclua a demonstração da lei de reflexão de uma elipse mostrando que a=a'=a''.

(2) Mostre que: *os raios de luz paralelos ao eixo de um* **espelho parabólico** *são reflectidos na parábola com direcção ao foco; reciprocamente, os raios de luz provenientes do foco são reflectidos na parábola tornando-se num feixe de raios paralelos ao eixo.* As seguintes etapas podem ser úteis:

(a) Escreva a equação cartesiana da tangente à parábola num ponto P e calcule as coordenadas do ponto T onde a tangente em P intersecta o eixo dos xx.



(b) Verifique que $|TF| = |PF|$, pelo que o triângulo PTF é isósceles. Conclua a demonstração observando a figura acima.

(3) *Não é necessário entregar a resolução deste exercício.*
Usando uma estratégia semelhante à do exercício (1), mostre que: *a luz proveniente de um foco de um* **espelho hiperbólico** *é reflectida na hipérbole de maneira a parecer que foi emitida do segundo foco; além disso, luz dirigida a um foco é reflectida no espelho hiperbólico com direcção ao segundo foco.*