

REPESCAGEM DO 1^o TESTE DE ÁLGEBRA LINEAR

LEIC-Taguspark, LERCI, LEGI, LEE

21 de Janeiro de 2004 (9:00)

Teste 101

Nome:

Número:

Curso:

Turma:

Sala:

O Teste que vai realizar tem a duração total de **90 minutos** e consiste de quatro perguntas. As perguntas estão divididas em alíneas com as cotações indicadas na tabela abaixo.

O quadro abaixo destina-se à correcção da prova. Por favor não escreva nada.

Perg 1.a)	2 Val	
Perg 1.b)	2 Val	
Perg 1.c)	2 Val	
Perg 2.a)	2 Val	
Perg 2.b)	2 Val	
Perg 2.c)	2 Val	
Perg 3	4 Val	
Perg 4	4 Val	

NOTA FINAL:

Problema 1 (6 valores)

Sejam as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

e

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix},$$

respectivamente.

- a) (2 valores) Calcule o determinante de $(AB)^T$.
- b) (2 valores) Calcule a matriz inversa do produto AB .
- c) (2 valores) Escreva a solução geral do sistema de equações lineares $(BA)\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

Apresente todos os cálculos que tiver de efectuar!

Problema 2 (6 valores)

Considere a seguinte matriz

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & \beta \end{bmatrix}$$

- a) (2 valores) Seja $\mathbf{b} = (1, 0, 1, \alpha)$, discuta em função de α e de β o sistema de equações lineares $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$.
- b) (2 valores) Determine em função do parâmetro $\beta \in \mathbb{R}$, a característica e a nulidade da matriz A .
- c) (2 valores) Indique em cada caso da alínea anterior, uma base para o espaço das colunas e para o núcleo da matriz A .

Apresente todos os cálculos que tiver de efectuar!

Problema 3 (4 valores)

Usando as propriedades do determinante (sem o calcular explicitamente), determine o valor de λ que torna verdadeira a seguinte igualdade.

$$\begin{vmatrix} 2a_2 & 2b_2 & 2c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \\ -a_1 + a_2 + a_3 & -b_1 + b_2 + b_3 & -c_1 + c_2 + c_3 \end{vmatrix} = \lambda \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

Indique quais as propriedades que usou!

Problema 4 (4 valores)

Seja A uma matriz $p \times q$ tal que:

- I. O espaço nulo de A tem dimensão 2.
- II. Existem vectores \mathbf{v}_1 , \mathbf{v}_2 e \mathbf{v}_3 em \mathbb{R}^p formando uma base do espaço das colunas de A .
- III. Existem vectores \mathbf{w}_1 , \mathbf{w}_2 , \mathbf{w}_3 e \mathbf{w}_4 em \mathbb{R}^p formando uma base do espaço nulo de A^T .

O que pode concluir sobre a dimensão da matriz?

Apresente todos os raciocínios que tiver de efectuar!