

REPESCAMENTO DO 2^o TESTE DE ÁLGEBRA LINEAR

LEIC-Taguspark, LERCI, LEGI, LEE

21 de Janeiro de 2004 (9:00)

Teste 201

Nome:

Número:

Curso:

Turma:

Sala:

O Teste que vai realizar tem a duração total de **90 minutos** e consiste de quatro perguntas. As perguntas estão divididas em alíneas com as cotações indicadas na tabela abaixo.

O quadro abaixo destina-se à correcção da prova. Por favor não escreva nada.

Perg 1.a)	2 Val	
Perg 1.b)	2 Val	
Perg 1.c)	2 Val	
Perg 2.a)	2 Val	
Perg 2.b)	2 Val	
Perg 2.c)	2 Val	
Perg 3.a)	1.5 Val	
Perg 3.b)	2.5 Val	
Perg 4	4 Val	

NOTA FINAL:

Problema 1 (6 valores)

Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ a transformação linear que relativamente à base canónica de \mathbb{R}^3 é representada pela matriz $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & -3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$.

- a) (2 valores) Determine bases para o núcleo e para a imagem da transformação.
- b) (2 valores) Verifique o Teorema da dimensão para esta transformação linear.
- c) (2 valores) Analise a transformação linear T quanto à sobrejectividade e injectividade.

Apresente todos os cálculos que tiver de efectuar!

Problema 2 (6 valores)

Seja a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dada por $T(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$, em que A é a matriz

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

a) (2 valores) Indique a matriz B que representa T relativamente à base canónica de \mathbb{R}^3 , ou seja $B = M(T, B_c^{(3)}, B_c^{(3)})$. Determine a dimensão do núcleo e da imagem da transformação linear T .

b) (2 valores) Escreva a matriz C que representa T relativamente à seguinte base:

$$B_1 = \{(0, 1, 0), (1, 0, -2), (0, 1, 1)\},$$

ou seja $C = M(T, B_1, B_1)$.

c) (2 valores) Desenhe o diagrama comutativo que relaciona B com C e indique explicitamente a relação entre B e C .

Apresente todos os cálculos que tiver de efectuar!

Problema 3 (4 valores)

Considere a transformação linear que tomando um vector de \mathbb{R}^3 o reflecte relativamente ao plano- xy , seguidamente lhe imprime um deslizamento dado pela multiplicação por $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ e finalmente o contrai para metade.

- a) (1.5 valores) Escreva a matriz A que representa a transformação linear descrita relativamente à base canónica de \mathbb{R}^3 , ou seja $A = M(T, B_c^{(3)}, B_c^{(3)})$.
- b) (2.5 valores) Determine os valores próprios da transformação linear e diagonalize a matriz A .

Apresente todos os cálculos que tiver de efectuar!

Problema 4 (4 valores)

Mostre que para toda a matriz $A_{n \times n}$ os valores próprios de A^T coincidem com os valores de próprios A , ou seja que A e A^T têm o mesmo polinómio característico.