

3ª Aula Prática

- 1) Determine uma primitiva da função

$$f(x) = \sqrt{1 - x^2}$$

- 2) Determine uma primitiva da função

$$f(x) = \frac{1}{1 + x^{\frac{1}{3}}}$$

- 3) Calcule uma primitiva da função

$$\frac{\operatorname{sen} 2x}{1 + \operatorname{sen} x}$$

- 4) Calcule uma primitiva de
- $\operatorname{sen}^4 x$
- ,

- (i) recorrendo à substituição
- $\operatorname{tg} x = t$
- ;

Obs. $\int \operatorname{sen}^4 x = \int \operatorname{tg}^4 x \cos^4 x = \int \frac{\operatorname{tg}^4 x}{(\operatorname{tg}^2 x + 1)^2} = \dots$

Chamar a atenção para a fórmula $\sec^2 x = \operatorname{tg}^2 x + 1$.

- (ii) recorrendo à expressão de
- $\operatorname{sen}^2 x$
- em termos de
- $\cos 2x$
- .

Obs. Verifique o que obterá com as substituições $\operatorname{sen} x = t$, $\cos x = t$ e $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$.

- 5) Determine as somas inferior e superior de Darboux,
- s_d
- e
- S_d
- respectivamente, para as funções e decomposições seguintes:

(i) $f(x) = 2x$, $x \in [0, 1]$, $d = \{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1\}$;

(ii) $f(x) = 1 - x$, $x \in [0, 2]$, $d = \{0, \frac{1}{3}, \frac{4}{3}, 1, 2\}$;

(iii) $f(x) = \sqrt{x}$, $x \in [0, 1]$, $d = \{0, \frac{1}{25}, \frac{4}{25}, \frac{9}{25}, \frac{16}{25}, 1\}$;

(iv) $f(x) = \cos x$, $x \in [0, \pi]$, $d = \{0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \pi\}$

- 6) Seja
- $d = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$
- uma decomposição arbitrária do intervalo
- $[a, b]$
- , (
- $a < b$
-). Calcule
- s_d
- e
- S_d
- para
- $f(x) = -3x$
- . Com base no resultado, calcule
- $\int_a^b f(x)dx$
- . Repita o exercício para
- $f(x) = 1 + 2x$
- .