

9ª Aula Prática

1) Considere a função $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x\sqrt{3x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Estude a função f quanto à continuidade.

2) Calcule, se existirem, os seguintes limites:

a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\text{sen}(x+y)}{x+y}$

b) $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} e^{-\frac{1}{x^2+y^2+z^2}}$

c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} \left(1 + \frac{x^2 - 2x - y^2 + 4y - 3}{(x-1)^2 + (y-2)^2} \right)$

d) $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (1,1,1)} \frac{(x+y)^2}{x^2 - y^2} (z+1) \text{sen}(x-y)$

e) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\text{sen}(x+y)}{\text{sen}(x-y)}$

f) $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{z \text{sh}(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}$

3) Considere a função

$$f(x, y) = \sqrt{e^{\frac{x}{y}}}$$

a) Determine o domínio D de f e a fronteira de D .

b) Verifique se a função f é prolongável por continuidade aos pontos $(0, 0)$ e $(1, 0)$.

c) A função f é limitada? Justifique.

4) Considere a função $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \text{sen} \frac{x^2}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Mostre que f é contínua em \mathbb{R}^2 .