Inferência e Decisão I

2003/04

LMAC

Enunciado do 2º trabalho

Grupo I - Análise do artigo

Optimal confidence sets for testing average bioquivalence

Neste trabalho pede-se para analisar e comentar o artigo acima referido, da autoria de Tseng. Trata-se da aplicação de conceitos dados na cadeira a propósito de intervalos de confiança e propriedades de optimalidade aplicados a um problema que tem grande importância sobretudo a nível de ensaios clínicos: *bioequivalência* entre tratamentos.

Faça um resumo explicativo deste artigo e sempre que possível estabeleça uma ligação com resultados fornecidos nas aulas teóricas e/ou fornecidos na bibliografia recomendada na cadeira.

Grupo II - Exercícios

Exercício 2.1 Considere o seguinte modelo $\mathcal{F} = \{f(x|\theta) = \frac{e^{x-\theta}}{(1+e^{x-\theta})^2}, \theta \in I\!R\}$, o qual pertence à família de localização. Baseando-se numa única observação, determine um intervalo aleatório para θ de confiança $1-\alpha$ de precisão uniformemente mínima.

Exercício 2.2 Seja $\mathcal{F} = \{Exp(\theta), \theta \in I\!R^+\}$ a família das exponenciais.

(a) Determine, justificando, um teste UMP de tamanho α para testar $H_0 : \theta = \theta_0$ vs $H_1 : \theta < \theta_0$.

(b) Construa um intervalo aleatório para θ de confiança $1-\alpha$ de precisão uniformemente mínima. Mostre que este pode ser escrito da seguinte forma:

$$C(\underline{X}) = \{\theta : 0 \leq \theta \leq \frac{2n\bar{X}}{F^{-1}_{\chi^2_{2n}}(\alpha)}\}$$

Determine o comprimento esperado de $C(\underline{X})$.

(c) Considere agora o seguinte intervalo

$$C^\star(\underline{X}) = \{\theta : 0 \leq \theta \leq -\frac{-X_{(1)}}{\ln 0.99}$$

o qual constitui um intervalo aleatório para θ de confiança 0.30. Considere $n = 120$ e use o facto de $F^{-1}_{\chi^2_{240}}(0.7) = 251.046$ para mostrar que

$$E[\Delta C(\underline{X})|\theta] = 0.956\theta > E[\Delta C^\star(\underline{X})|\theta] = 0.829\theta$$

onde Δ designa a amplitude do intervalo respectivo. Comente o resultado.

Exercício 2.3 Seja $X_1, \ldots, X_n$ uma colecção de v.a. independentes com f.d.p. $f_{X_i}(x|\theta) = e^{i\theta - x} I_{[i\theta,\infty)}(x)$.

(a) Determine uma estatística suficiente T para θ e verifique se é mínima e completa.

(b) Baseando-se em T, determine um intervalo aleatório para θ de confiança $1-\alpha$ da forma $[T+a, T+b]$ de amplitude mínima. Compare este intervalo com o que obteria se determinasse o intervalo à custa do estimador de máxima verosimilhança de θ.

(c) Comente, fazendo prova se necessário, a seguinte afirmação: se $T \sim f_T(.|\theta)$, com $f_T(t|\theta)$ sendo uma função estritamente decrescente em t, para qualquer θ (fixo), então para um valor fixo de α, os intervalos do tipo $[a, b]$, para os quais $\int_a^b f_T(t|\theta)dt = 1-\alpha$, têm amplitude mínima quando $a = 0$ e $b = F_T^{-1}(1-\alpha)$.

(d) Aplique o resultado anterior para deduzir um intervalo aleatório para θ de confiança $1-\alpha$ se $f_{X_i}(x|\theta) = e^{\theta - x} I_{[\theta,\infty)}(x), \forall i$.

(e) Nas condições da alínea anterior, determine intervalos aleatórios para θ de confiança $1-\alpha$ usando o estimador de máxima verosimilhança e variável fulcral.