

## Exercícios de Análise Matemática III

### Integrais de campos escalares em variedades

1. Calcular o integral de cada um dos seguintes campos escalares  $f$  na variedade  $S$  indicada.
  - a)  $f(x, y, z) = x + y$ ;  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x > 0, y > 0, z > 0, x + y + z = 1\}$ .
  - b)  $f(x, y, z) = xyz$ ;  $S$  é o triângulo de vértices  $(3, 0, 0)$ ,  $(0, 2, 0)$  e  $(0, 0, 6)$ .
  - c)  $f(x, y, z) = y + z + 3$ ;  $S$  é a parte do plano  $z = 3x + 2y$  que fica no interior do cilindro  $x^2 + y^2 < 4$ .
  - d)  $f(x, y, z) = z^2$ ;  $S$  é a parte do cone  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $z > 0$  que fica no interior do cilindro  $x^2 + y^2 < 4$ .
  - e)  $f(x, y, z) = xy + 1$ ;  $S$  é a parte do parabolóide  $z = x^2 + y^2$  que fica no interior do cilindro  $x^2 + y^2 < 4$ .
  - f)  $f(x, y, z) = (x^2 + y^2)z$ ;  $S$  é o hemisfério  $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ ,  $z > 0$ .
  
2. Determinar o momento de inércia em relação ao eixo  $Oz$  das películas representadas pelas superfícies seguintes. Em cada caso assumir densidade constante igual a 1.
  - a) A parte do plano  $z = x + y$  que fica no interior do cilindro  $x^2 + y^2 < 9$ .
  - b) A parte da superfície  $z = xy$  que fica no interior do cilindro  $x^2 + y^2 < 25$ .
  - c) A parte do cilindro  $x^2 + z^2 = 1$  compreendida entre os planos  $y = \pm 1$ .
  - d) A parte do cone  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  compreendida entre os planos  $z = 2$  e  $z = 5$ .
  - e) A parte da esfera de raio 5 centrada na origem situada acima do plano  $z = 3$ .
  - f) A parte da esfera de raio 5 centrada na origem que fica de fora do cilindro  $x^2 + y^2 = 9$ .