

## Trabalhos de grupo de Matemática Computacional

(Lic./Mestrado em Engenharia Física Tecnológica)

Prazo de Entrega: 19 de Dezembro de 2008

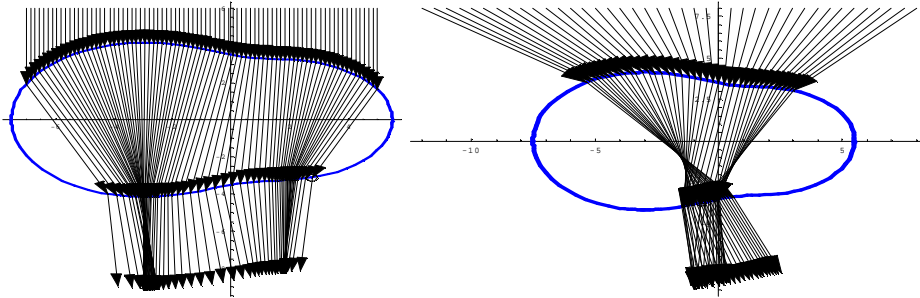
Limite de páginas = 20.

Considere uma lente cujo o formato é dado pela função paramétrica:

$$R : [0, 2\pi[ \rightarrow \mathbb{R}^2$$

A função  $R$  é atribuída ao grupo (ver tabela final). Admita que a lei de refração é a lei geométrica de Snell-Descartes, em que o índice de refração do meio exterior é  $\nu_1 = 1$ , e o da lente é  $\nu_2$ .

A refração óptica produz um efeito que é exemplificado na figura seguinte.



**1.** Para a função  $R$  atribuída ao grupo, devem simular refrações semelhantes às apresentadas:

(i) no primeiro caso, considere raios paralelos com um espaçamento  $h$ .

(ii) no segundo caso, considere o mesmo, com raios direccionados para a origem.

Apresente resultados variando  $\nu_2 > 1$  e  $h \leq 0.5$ .

*Nota:* Determine a intersecção com a fronteira da lente através de métodos numéricos, e aplique a lei de Snell-Descartes para definir as novas trajectórias e nova refração (nota: a simulação de reflexões internas não é obrigatória). No relatório apresente o algoritmo e resultados gráficos (anexe o programa).

**2a).** Para o caso definido em 1.i) (raios paralelos), defina uma distância constante  $C$  percorrida pelo raio após a refração na primeira superfície da lente (e antes da segunda refração).

Procure definir uma aproximação à linha definida por esses pontos através de:

(i) interpolação polinomial.

(ii) interpolação trigonométrica.(\*\*)

(iii) mínimos quadrados polinomiais (com polinómios de grau 3, 6 e 9).

**2b)** Para um caso definido por 1.ii) (raios na direcção da origem), defina uma distância  $C$  superior, percorrida após a refração com as duas superfícies. Responda ainda a dois dos casos (i)-(iii) apresentados na alínea anterior.

**3.** Seja  $b > 0$ . Considere um único raio que sai de um ponto  $(b, b)$  exterior à lente, na direcção da origem  $(0,0)$ .

Pretende-se que esse raio intersecte um ponto  $(a, -b)$  exterior à lente, para  $a \in \mathbb{R}$  fixo, variando  $\nu_2$ . Em função de  $a$ , discuta se isso é sempre possível ou não. Para valores de  $a$  em que isso é possível, defina um método numérico e o algoritmo. Determine, para dois diferentes valores de  $a$ , os correspondentes  $\nu_2$  em FP(10,6).

4. Determine o perímetro definido pela linha que define a lente, usando os seguintes métodos numéricos para o cálculo do integral de linha:

(i) Regra dos Trapézios; (ii) Regra de Simpson;

a) Considere 5, 9, 17, 33 ...,  $2^k + 1$  nós de integração, e apresente tabelas com esses resultados.

b) Determine um majorante do erro absoluto, usando  $2^{10} + 1$  nós, em ambas as regras (i) e (ii).

(\*\*) pergunta facultativa, excepto para classificações  $>18$ .

**Função  $R$  atribuída aos grupos:**  
[Não são aceites mais alterações/inscrições]

---

**Grupo 1** (Alfa)

Nº63444 : Bruno Santos

Nº63432 : Pedro Nunes

Nº63409 : Francisco Cruz

Nº63452 : Pedro Henriques

$$R(t) = (3 \cos(t), 2 \sin(t)) \left( 2 + \frac{1}{11} \cos(3t) \sin(6t) \right)$$

---

**Grupo 2** (zero/orange/sozinho/soz)

Nº56804 : João Pedro Romão Bernardo

Nº50225 : Paulo Fonseca

Nº56815 : Óscar Leonardo Camargo Moreira

Nº54146 : Paulo André Rodrigues da Cunha Menezes

$$R(t) = (3 \cos(t), \sin(t)) \left( 2 + \frac{1}{10} \cos(6t) \sin(3t) \right)$$

---

**Grupo 3** (Crato!)

Nº63395 : Diogo Alves

Nº63429 : Maria Melo

Nº63442 : José Andrade

Nº63451 : Rita Viegas

Nº63411 : Tiago Faro

$$R(t) = (3 \cos(t), \sin(t)) \left( 2 + (\cos(3t) + \sin(3t))/10 \right)$$

---

**Grupo 4** (cinco)

Nº63403 : Sofia Leitão

Nº63401 : Guilherme Andrade

Nº63752 : Alexandre Velozo

Nº63413 : Gonçalo Terça

Nº63428 : Jorge Santos

$$R(t) = (2 \cos(t), \sin(t)) \left( 3 + 2 \cos(2t) - \frac{1}{10} \sin(6t) \right)$$

---

**Grupo 5** (SSNPR)

Nº63427 : Sara Wahnnon

Nº63407 : Sérgio Fonseca

Nº63420 : Nelson Pato

Nº63431 : Pedro Carrilho

Nº63398 : Rui Claro

$$R(t) = (3 \cos(t), \sin(t)) \left( 2 + \cos(2t) + \frac{1}{8} \sin(8t) \right)$$

---

**Grupo 6** (Couves)

Nº63435 : Richard Brito

Nº63436 : Diogo Coutinho

Nº63434 : Angelo Castelinho

Nº59007 : Mélvyn Sobral

Nº63755 : António Lopes

$$R(t) = (\cos(t), \sin(t)) \left( 3 + \cos(2t) - \frac{1}{10} \sin(4t) \right)$$

---

**Grupo 7** (H5N+1)

Nº56829 : Ricardo dos Santos Augusto

Nº56845 : Diogo Silva

Nº57619 : Tiago do Nascimento Ambaram

Nº53757 : André Madeira Bastos da Cunha

$$R(t) = (2 \cos(t), \sin(t)) \left( 3 + \cos(2t) - \frac{1}{9} \sin^2(4t) \right)$$

---

**Grupo 8** (PPLV)

Nº63424 : Pedro Oliveira

Nº63448 : Luís Batalha

Nº63433 : Pedro Alves

Nº63410 : Vasco Pesquita

$$R(t) = (3 \cos(t), \sin(t)) \left( 3 + \cos(t) + \frac{1}{10} \sin^2(4t) \right)$$

---

**Grupo 9** (Raízes)

Nº63422 : Tiago Frederico

Nº63438 : Maria Vilelas

Nº63439 : Lúcia Carreira

Nº63441 : Lúcia Amorim

$$R(t) = (3 \cos(t), \sin(t)) \left( 3 + \cos(t) + \frac{1}{9} \sin^2(4t) \right)$$

---

**Grupo 10** (FigueiradaFoz)

Nº63404 : Carlos Martins

Nº63406 : Paulo Luz

Nº63421 : Tiago Soares

$$R(t) = (3 \cos(t), 2 \sin(t)) \left( 1 + \frac{1}{4} \cos(t) + \frac{1}{10} \sin^2(4t) \right)$$

---

**Grupo 11** (fcp)

Nº63418 : Sofia Almeida

Nº63447 : Rodrigo Frazão

Nº63446 : Luís Marcelo

$$R(t) = (4 \cos(t), \sin(t)) \left( 2 + \frac{1}{4} \cos(t) + \frac{1}{11} \sin^2(4t) \right)$$

---

**Grupo 12** (newton)

Nº50895 : Francisco Burnay

Nº49547 : Miguel Bailão Rodrigues

Nº54563 : Ângelo Sanches da Silva

Nº53783 : Leonardo Sanches da Silva

$$R(t) = (2 \cos(t), \sin(t)) \left( 2 + \frac{1}{4} \cos(t) + \frac{1}{5} \sin^2(3t) \right)$$

---

**Grupo 13** (Os Quatro Elementos)

Nº63414 : Ana Inês Vieitas Amaral Dias

Nº63419 : André Filipe de Sousa Pinto

Nº63430 : Pandora Goncalves de Porto Guimarães

Nº63405 : Carlos Daniel Vieira Guedes

$$R(t) = (3 \cos(t), \sin(t)) \left( 2 + \frac{1}{4} \cos^2(t) - \frac{1}{5} \sin(2t) \right)$$

---

**Grupo 14** (We<3mc)

Nº63399 : César Augusto Silva Alves

Nº63443 : Ricardo César Carvalho Teixeira

Nº63416 : Gonçalo Nuno Cerqueira Olim Marote Quintal

Nº63440 : António Dias

$$R(t) = (3 \cos(t), 2 \sin(t)) \left( 1 + \frac{1}{5} \cos^2(t) - \frac{1}{5} \sin(4t) \right)$$

---

**Grupo 15** (Xperma!!)

Nº58618 : Jorge Sabino

Nº58518 : Nuno Amiar

Nº58512 : Tiago Siopa

Nº58840 : João Afonso Martins

$$R(t) = (3 \cos(t), 2 \sin(t)) \left( 2 + \frac{1}{4} \cos^2(t) - \frac{1}{4} \sin^2(4t) \right)$$

---

**Grupo 16** (Sonat)

Nº56811 : Pedro Pólvora

Nº55312 : Sonat Duyar

$$R(t) = (3 \cos(t), \sin(t)) \left(2 - \frac{1}{4} \sin(2t)\right)$$

---

**Grupo 17** (Ace\ 's)

Nº57380 : André Pires Ramos

Nº63412 : Pedro Cosme e Silva

Nº63426 : Pedro Deus Lourenço

Nº63408 : Guilherme Teixeira

$$R(t) = (3 \cos(t), \sin(t)) \left(2 + \frac{1}{4} \sin^2(t) - \frac{1}{8} \cos^2(6t)\right)$$

---