



# Probabilidades e Estatística

LEMat, LMAC, MEAmbi, MEBiol, MEBiom, MEEC, MEFT, MEQ LEAN,  
MEAer, MEMec1º semestre – 2011/2012  
12/11/2011 – 8:301º Teste  
Duração: 1 hora e 30 minutosJustifique convenientemente **todas as respostas!****Grupo I**

10 valores

1. Numa fábrica existem três máquinas distintas ( $A$ ,  $B$  e  $C$ ) que produzem *chips*. Estas máquinas são responsáveis pela produção de 25%, 35% e 40% dos *chips*, respectivamente. Assuma que 5% dos *chips* produzidos pela máquina  $A$  são defeituosos e que as correspondentes percentagens para as máquinas  $B$  e  $C$  são de 4% e 2%, respectivamente.
  - (a) Sabendo que um *chip* não é defeituoso, qual é a probabilidade de ter sido produzido pela máquina  $A$ ? (2.5)
  - (b) Para um *chip* seleccionado ao acaso, considere os seguintes eventos: “*chip* foi produzido pela máquina  $A$ ” e “*chip* é defeituoso”. Serão estes dois eventos independentes? Justifique. (2.0)
2. A probabilidade de que um certo tipo de transformador falhe nos primeiros 10 anos de operação é igual a 0.05. Considere que 20 desses transformadores são parte integrante de um sistema onde operam de modo independente.
  - (a) Identifique a distribuição da variável aleatória que representa o número de transformadores do sistema que falham nos primeiros 10 anos de operação. Calcule o valor esperado e o desvio-padrão desta variável aleatória. (3.0)
  - (b) Determine a probabilidade de que pelo menos 1 e quando muito 4 dos transformadores do sistema falhem nos primeiros 10 anos de operação. (2.5)

**Grupo II**

10 valores

1. Considere que  $Y = X_1 + X_2$  é a soma de duas variáveis aleatórias independentes com distribuição uniforme contínua no intervalo  $[0, 1]$ .
  - (a) Atendendo ao facto de a função de densidade de probabilidade de  $Y$  ser (3.0)
$$f_Y(y) = \begin{cases} 0, & y < 0 \text{ ou } y > 2 \\ y, & 0 \leq y \leq 1 \\ 2 - y, & 1 < y \leq 2, \end{cases}$$
obtenha  $P(0.5 < Y < 1.5)$ .
  - (b) Calcule um valor aproximado para a probabilidade anterior recorrendo à distribuição normal. (2.0)  
Teça um comentário à luz do resultado da alínea anterior.
2. Represente por  $(X, Y)$  o par aleatório que indica o número de anos sem que ocorram anomalias na cor ( $X$ ) e na textura ( $Y$ ) num novo tipo de revestimento de placas. Considere que a função de probabilidade conjunta para  $(X, Y)$  é dada por:

		Y	
		1	2
X	1	0.4	0.1
	2	0.1	0.4

- (a) Determine  $V(Y|X = 1)$ . (2.0)
- (b) Obtenha o valor do coeficiente de correlação entre  $X$  e  $Y$ . Comente o resultado obtido. (3.0)