

**Grupo I**

10 valores

1. Considere dois acontecimentos arbitrários,  $A$  e  $B$ , associados à mesma experiência aleatória. Será que a dupla desigualdade  $P(A) + P(B) - 1 \leq P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$  é necessariamente verdadeira? (1.5)

**Solução:** É.

2. Um novo teste de diagnóstico de uma doença infecciosa fornece resultados correctos 99% das vezes quando aplicado a indivíduos infectados e apenas 90% das vezes quando aplicado a indivíduos não infectados. Sabendo que 0.5% dos indivíduos da população estão infectados e que o teste aplicado a um indivíduo, escolhido ao acaso da população, indicou que ele está infectado, calcule a probabilidade desse indivíduo estar efectivamente infectado. (3.0)

**Solução:** 0.0474

3. O número diário de participações recebidas por uma companhia de seguros relativas a um certo tipo de acidentes ( $X$ ) segue uma distribuição de Poisson de valor esperado 1.2.
- (a) Sabendo que num dado dia houve pelo menos uma participação desse tipo de acidentes à companhia de seguros, calcule a probabilidade de que nesse dia a companhia tenha recebido quando muito três participações desse tipo de acidentes. (2.0)

**Solução:** 0.9517

- (b) Determine a mediana de  $X$ . (1.0)

**Solução:** 1

- (c) Calcule a probabilidade de, num conjunto de 10 dias, haver no máximo dois dias sem participações desse tipo de acidentes à companhia, supondo independentes os números de participações em dias distintos. (2.5)

**Solução:** 0.3796 (0.3828 com  $p = 0.3$ )**Grupo II**

10 valores

1. A procura semanal de gasolina num determinado posto de gasolina, em dezenas de milhares de litros, é uma variável aleatória  $X$  com  $E[X^2] = 25/6$  e função densidade de probabilidade

$$f_X(x) = \begin{cases} x-1, & 1 \leq x \leq 2 \\ 3-x, & 2 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} .$$

- (a) Calcule a probabilidade de a procura de gasolina nesse posto numa semana ultrapassar 16 mil litros. (1.0)

**Solução:** 0.82

- (b) Sendo o posto abastecido no início de cada semana, qual é a quantidade mínima de gasolina com que o posto deve ficar no início da semana de modo a que não falte gasolina nesse posto em pelo menos 92% das semanas? (1.5)

**Solução:** 2.6

- (c) Determine a probabilidade (aproximada) de a procura anual (52 semanas) de gasolina no posto ser superior a 110 dezenas de milhares de litros. (3.5)

**Solução:** 0.0208

2. Considere o par aleatório  $(X, Y)$ , onde  $X$  (resp.  $Y$ ) denota o número de defeitos do tipo A (resp. B) por peça produzida por uma máquina, cuja função de probabilidade conjunta está representada sumariamente na seguinte tabela:

$X \backslash Y$	0	1	2
0	0.90	0.04	0.01
1	0.02	0.02	0.01

- (a) Determine a covariância entre  $X$  e  $Y$ . Comente o resultado obtido. (2.0)

**Solução:**  $Cov[X, Y] = 0.035 > 0$  indica que há uma associação linear positiva entre  $X$  e  $Y$ .

- (b) Determine o valor esperado e o desvio padrão da diferença entre os números de defeitos do tipo B e do tipo A, numa peça escolhida ao acaso da produção da máquina. (2.0)

**Solução:** 0.05 e 0.3279