

Duração: 90 minutos

1º teste C

Justifique convenientemente todas as respostas!

Grupo I

10 valores

1. Suponha que num teste de controlo de uma epidemia num aeroporto ocorre um falso negativo (o teste dá resultado negativo para um indivíduo doente) com probabilidade 0.02 e um falso positivo (o teste dá resultado positivo para um indivíduo não doente) com probabilidade 0.003. Sabe-se que a incidência na população da doença associada à epidemia é de 0.0001.

- (a) Qual é a probabilidade de que uma pessoa controlada nesse aeroporto (escolhida ao acaso) e cujo teste deu resultado positivo tenha de facto a doença? (3.0)

Solução: 0.0316

- (b) Sabendo que num dado período é controlado um grupo de 10 000 pessoas, qual é a probabilidade de haver no grupo pelo menos uma pessoa com a doença e cujo teste dê resultado negativo? (2.5)

Solução: 0.0198

2. As chegadas de clientes a uma loja ocorrem segundo um processo de Poisson de taxa 4 por hora.

- (a) Calcule a probabilidade de chegarem pelo menos 2 clientes à loja num período de meia hora. (2.5)

Solução: 0.5940

- (b) Determine a probabilidade de o primeiro cliente não chegar à loja durante os primeiros 18 minutos de funcionamento da mesma, sabendo que não chegaram clientes à loja nos primeiros 12 minutos de funcionamento. (2.0)

Solução: 0.6703

Grupo II

10 valores

1. Seja X a pressão (em Pa) de um gás num contentor, a qual se assume seguir uma distribuição normal, com desvio padrão 4 Pa.

- (a) Sabendo que o quantil de probabilidade 0.46 da variável aleatória X é igual a 20 Pa, determine o valor esperado de X . (2.0)

Solução: 20.4016 Pa

- (b) Em função da pressão do gás, pode haver necessidade de assegurar, com custos financeiros, condições de segurança adicionais. Assuma que: caso a pressão seja inferior a 20 Pa, não são necessárias medidas de segurança adicionais; se a pressão estiver entre 20 Pa e 32 Pa, as medidas de segurança adicionais custam 1 000 €; e, se a pressão for superior a 32 Pa, as medidas de segurança adicionais custam 5 000 €. Sabendo que o valor esperado de X é 20.4 Pa, determine o valor esperado dos custos associados às medidas de segurança adicionais. (2.5)

Solução: 547.4 €

2. Os números de vendas diárias de automóveis das marcas A e B num *stand* de automóveis são representados pelas variáveis aleatórias X e Y , respetivamente. Sabe-se que a variável aleatória Y assume os valores 0 e 1 com igual probabilidade e que, além disso:

x	0	1	2
$P(X = x)$	0.50	0.14	0.36
$P(X = x Y = 0)$	0.44	0.16	0.40

- (a) Calcule a probabilidade aproximada de serem vendidos mais de 49 automóveis da marca *A* num período de 60 dias. Admita independência entre os números de vendas de automóveis nos diversos dias. (3.0)

Solução: 0.6443

- (b) Determine a função de probabilidade conjunta do par aleatório (X, Y) . (2.5)

$X \backslash Y$	0	1
Solução: 0	0.22	0.28
1	0.08	0.06
2	0.20	0.16