

Duração: 90 minutos

1º teste

Justifique convenientemente todas as respostas!

Grupo I

10 valores

1. Determinado tipo de mensagens são transmitidas com igual probabilidade por uma de três máquinas, M_1 , M_2 e M_3 . Na transmissão de uma mensagem pela máquina M_i , $i = 1, 2, 3$, ocorre erro de codificação–descodificação com probabilidade 0.2, 0.4 e 0.1, respetivamente. Escolhida ao acaso uma dessas mensagens:

- (a) Determine a probabilidade de não ocorrer erro de codificação–descodificação na sua transmissão. (2.0)

Solução: 23/30

- (b) Sabendo que não ocorreu erro de codificação–descodificação na sua transmissão, calcule a probabilidade de a mensagem ter sido transmitida por uma das duas máquinas com maior qualidade de codificação–descodificação. (1.5)

Solução: 17/23

2. Sabe-se que 4% das peças produzidas numa fábrica são defeituosas.

- (a) Seleccionadas ao acaso 20 peças da produção da fábrica, calcule a probabilidade de o número de peças defeituosas seleccionadas não ultrapassar 2 peças. (2.0)

Solução: 0.9561

- (b) Qual é a probabilidade de ser necessário seleccionar (ao acaso) pelo menos 10 peças até encontrar uma peça defeituosa? (2.0)

Solução: 0.6925

- (c) Dois compradores, A e B, apresentam propostas para adquirir um lote de 1000 peças da fábrica. (2.5)

- O comprador A oferece 38 euros por peça sem efetuar qualquer inspeção prévia de peças do lote.
- O comprador B examina (com reposição) 20 peças, pagando: 50 euros por peça caso o número de peças defeituosas encontradas não ultrapasse 2 peças; 30 euros por peça caso contrário.

Qual é a melhor proposta para a fábrica em termos de valor esperado do preço de venda do lote?

Solução: $E[B] = 49122 > 38000 = E[A]$

Grupo II

10 valores

1. A quantidade de água (em milhares de litros, Kl) vendida diariamente nos restaurantes de um centro comercial é uma variável aleatória X com função densidade de probabilidade:

$$f_X(x) = \begin{cases} kx, & 0 \leq x < 4 \\ k(12 - 2x), & 4 \leq x < 6 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) Justifique que o valor de k é igual a $\frac{1}{12}$. (1.0)

- (b) Sabendo que num dado dia foram vendidos entre 3 e 5 milhares de litros de água nos restaurantes do centro comercial, calcule a probabilidade de terem sido vendidos mais de 4 milhares de litros de água nesse dia. (1.5)

Solução: 6/13

- (c) Sabendo que $E(X) = \frac{10}{3}$ Kl e $E(X^2) = \frac{38}{3}$ Kl², determine a probabilidade aproximada de a quantidade total de água vendida mensalmente (30 dias) pelos restaurantes desse centro comercial ser superior a 100 Kl. (2.5)

Solução: 1/2

2. Admita que a função de probabilidade conjunta de um par aleatório discreto (X, Y) é a seguinte:

$X \setminus Y$	0	1
0	0.1	0.2
1	0.3	0.2
2	0.1	0.1

- (a) Determine os valores mais provável e mediano de X . (1.5)

Solução: $\text{Moda}(X) = \text{Mediana}(X) = 1$

- (b) Calcule $E[Y^2|X = 1]$. (1.5)

Solução: 0.4

- (c) Calcule o coeficiente de correlação entre X e Y . (2.0)

Solução: $-1/7$