



Justifique convenientemente todas as respostas!

Grupo I

10 valores

1. Numa fábrica, um modelo de sapatos é fabricado por três máquinas distintas (A , B e C), sendo 40% da produção proveniente da máquina A , 25% da máquina B e a restante produção oriunda da máquina C . Sabe-se que alguns sapatos apresentam defeitos de fabrico devido ao mau funcionamento das máquinas, sendo defeituosos 2%, 5% e 4% dos sapatos fabricados pelas máquinas A , B e C , respectivamente. Um funcionário do departamento de controlo de qualidade seleccionou, ao acaso, um sapato.
- (a) Qual é a probabilidade de o sapato seleccionado não ser defeituoso? (2.5)
- (b) Sabendo que o sapato seleccionado não é defeituoso, qual é a probabilidade de não ter sido fabricado pela máquina B ? (1.5)
2. Após a exposição de uma emulsão fotográfica à radioactividade os traços das partículas na emulsão são estudados, sendo o número de traços numa película fotográfica uma variável aleatória com distribuição de Poisson. Admita que a probabilidade de uma película não ter traços é de 0.05.
- (a) Sabendo que há pelo menos um traço numa película, calcule a probabilidade de que haja pelo menos cinco traços nessa película. (2.0)
- (b) Calcule a probabilidade de em 20 películas fotográficas, escolhidas ao acaso, haver no máximo duas películas que não contenham traços. (2.5)
- (c) Quais são os números médio e modal do número de películas a inspeccionar até encontrar a primeira película com pelo menos um traço? (1.5)

Grupo II

10 valores

1. Uma loja abre diariamente ao público às 9 horas. O tempo de espera, em minutos, desde a abertura da loja até à chegada do primeiro cliente é uma variável aleatória com distribuição exponencial com valor médio igual a 5 minutos.
- (a) Determine a probabilidade de o tempo de espera até à chegada do primeiro cliente ser pelo menos 6 minutos. (2.0)
- (b) Calcule um valor aproximado da probabilidade de, num conjunto de 100 dias, escolhidos ao acaso, o tempo total de espera até à chegada do primeiro cliente ser inferior a 6 horas. (3.0)
2. Uma urna contém duas bolas brancas e três bolas vermelhas. É extraída ao acaso e em simultâneo uma amostra de três bolas. Sejam X e Y as variáveis aleatórias que indicam, respectivamente, o número de bolas brancas e bolas vermelhas na amostra.
- (a) Construa a função de probabilidade conjunta do par (X, Y) . (2.5)
- (b) Calcule os valores esperados de X e de Y . (1.5)
- (c) As variáveis X e Y são dependentes? Justifique. (1.0)

NOTA: Não é necessário ter resolvido a alínea (a) para poder responder na totalidade às alíneas (b) e (c).