



INSTITUTO
SUPERIOR
TÉCNICO

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Probabilidades e Estatística

LEE, LEGI, LMAC, LEMat, LERC, LQ, MEAmbi, MEBiol, MEBiom, MEEC, MEFT, MEQ

2º semestre – 2010/11

1º Teste – Código C

16/4/2011 – 11 horas

Duração: 1 hora e 30 minutos

Justifique convenientemente todas as respostas!

Grupo I

10 valores

- Uma fábrica de gelados recebe leite em recipientes oriundos de 3 produtores (A , B e C), sendo que 30% dos recipientes são provenientes do produtor A e 30% do produtor B . Sabe-se que o leite de 10% dos recipientes oriundos do produtor A é adulterado com adição de água, enquanto que para os produtores B e C essa percentagem é de 5% e 3%, respectivamente. Um recipiente foi escolhido ao acaso e o respectivo leite foi testado.
 - Qual é a probabilidade de o leite testado estar adulterado? (2.5)
 - Sabendo que o teste detectou que o leite estava adulterado, qual é a probabilidade de o recipiente ser proveniente dos produtores A ou B ? (1.5)
- O número de erros tipográficos de determinado livro ocorre segundo um processo de Poisson com número esperado de erros por página igual a 0.5.
 - Calcule a probabilidade de um conjunto de três páginas do livro não apresentar erros tipográficos. (1.5)
 - Qual é a probabilidade de, em 10 páginas distintas do livro, haver duas ou mais páginas com pelo menos um erro tipográfico? (2.5)
 - Quais são os números médio e mediano de páginas do livro a inspeccionar até encontrar a primeira página com pelo menos um erro tipográfico? (2.0)

Grupo II

10 valores

- A duração, em minutos, de uma chamada telefónica feita por um adolescente é uma variável aleatória com distribuição exponencial. Admitindo que a probabilidade da duração de uma chamada ser superior a 40 minutos é igual a e^{-1} , calcule:
 - A probabilidade de uma chamada telefónica efectuada pelo adolescente exceder 1 hora. (1.5)
 - Um valor aproximado para a probabilidade da duração total de 50 chamadas telefónicas, escolhidas ao acaso, efectuadas pelo adolescente ser superior a 30 horas. (3.0)
 - A máxima duração que é excedida por pelo menos 75% das chamadas telefónicas por ele efectuadas. (1.5)
- Admita que duas variáveis aleatórias discretas, X e Y , têm função de probabilidade conjunta:

X/Y	-1	0	1
-1	0.10	0.15	0.10
0	0.15	0	0.30
1	0.05	0.05	0.10

- Determine o valor modal de Y . (1.5)
- Calcule a variância de X condicional a $Y = 0$. (1.5)
- Determine a função de probabilidade da variável aleatória $E(X|Y)$. (1.0)