



**Justifique convenientemente todas as respostas!**

<b>Grupo I</b>	10 valores
----------------	------------

- Seja  $Y$  uma variável aleatória que indica o número de pacotes de rede que chegam a um *router* num dado intervalo de tempo. Admita que  $Y$  tem distribuição de Poisson de parâmetro  $\lambda$ .
  - Considere uma amostra aleatória  $(Y_1, \dots, Y_n)$  da população  $Y$ . Deduza o estimador de máxima verosimilhança de  $\lambda$ . (3.0)
  - Recolheu-se ao acaso uma amostra de  $Y$  de dimensão 100 e obteve-se  $\sum_{i=1}^{100} y_i = 657$ . Obtenha a estimativa de máxima verosimilhança da probabilidade de chegar pelo menos um pacote nesse intervalo de tempo. (2.0)
- Numa amostra de 10 lâmpadas fluorescentes, escolhidas ao acaso, utilizadas em televisores LCD produzidos por uma determinada companhia, observou-se uma duração média de 12 mil horas. Admitindo que o tempo de vida das lâmpadas, em milhares de horas, tem distribuição normal com desvio padrão unitário:
  - Teste, ao nível de significância de 1%, a hipótese de a duração esperada das lâmpadas fluorescentes produzidas pela companhia ser igual a 15 mil horas. (3.0)
  - Calcule a probabilidade de o teste anterior rejeitar correctamente a hipótese nula quando a duração esperada das lâmpadas fluorescentes é igual a 13 mil horas. (2.0)

<b>Grupo II</b>	10 valores
-----------------	------------

- Um grupo de biólogos conjectura que o comprimento, em milímetros, de ovos de cucos pode ser modelado por uma variável aleatória,  $X$ , com função de distribuição:

$$F_0(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \left(\frac{x}{25}\right)^2, & 0 \leq x < 25, \\ 1, & x \geq 25, \end{cases} \text{ tendo decidido testar a hipótese } H_0 : F_X(x) = F_0(x), x \in \mathbb{R}.$$

Para o efeito, foram medidos os comprimentos de 100 ovos de cucos, seleccionados ao acaso, tendo os resultados sido organizados na tabela seguinte:

Classe	] 0; 12.5 ]	] 12.5; 25√0.5 ]	] 25√0.5; 25√0.75 ]	] 25√0.75; 25 ]
Freq. abs. observada	26	23	30	21
Freq. abs. esperada sob $H_0$	25	25	$E_3$	$E_4$

- Complete a tabela acima com os valores de  $E_3$  e  $E_4$ . (2.0)
  - Será a conjectura do grupo de biólogos coerente com os dados? Decida com base no valor-p. Se não respondeu à alínea anterior, considere  $E_3 = E_4 = 25$ . (3.5)
- Com o objectivo de estudar o efeito da percentagem de gordura alimentar ingerida,  $x$ , no aumento do perímetro abdominal,  $Y$  (em cm), numa dada população foi recolhida ao acaso uma amostra de 10 indivíduos, tendo-se obtido os seguintes resultados:
 
$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 76.4; \quad \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 593.86; \quad \sum_{i=1}^{10} y_i = 29.3; \quad \sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 87.71; \quad \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 227.85.$$
 Considere o modelo de regressão linear simples,  $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i$  ( $i = 1, \dots, 10$ ), com as hipóteses de trabalho habituais para resolver as questões seguintes:
    - Deduza um intervalo de confiança a 95% para  $\beta_1$ . (3.0)
    - Com base no intervalo de confiança obtido na alínea anterior, o que pode dizer sobre a significância da regressão? (1.5)