

**Justifique convenientemente todas as respostas!****Grupo I**

10 valores

1. Admita que a variável aleatória X , que indica o tempo (em minutos) entre chegadas consecutivas de veículos a uma estação de serviço, possui distribuição exponencial de parâmetro λ . Uma concretização de uma amostra aleatória de dimensão 200 da variável X conduziu a $\sum_{i=1}^{200} x_i = 2\,154$ minutos.

(a) Determine a estimativa de máxima verosimilhança de λ com base na amostra dada. (3.0)

(b) Obtenha, para a amostra dada, a estimativa de máxima verosimilhança da probabilidade do tempo entre chegadas consecutivas de veículos ser superior a 10 minutos. (2.0)

2. Para avaliar a qualidade do ar de duas cidades, A e B , consideraram-se as variáveis aleatórias X_1 e X_2 , que indicam a concentração de partículas em suspensão no ar (em microgramas por m^3) nas cidades A e B , respectivamente. Suponha que X_1 e X_2 têm distribuições normais com variâncias desconhecidas mas iguais. A concretização de duas amostras aleatórias independentes, de dimensões 15 e 10, de X_1 e X_2 , conduziu aos seguintes valores:

$$\sum_{i=1}^{15} x_{1i} = 1\,350; \quad \sum_{i=1}^{10} x_{2i} = 850; \quad \sum_{i=1}^{15} x_{1i}^2 = 123\,000; \quad \sum_{i=1}^{10} x_{2i}^2 = 73\,250.$$

(a) Determine um intervalo de confiança, com nível de confiança de 99%, para a diferença entre os valores esperados das concentrações de partículas em suspensão no ar nas cidades A e B . (3.5)

(b) Teste, ao nível de significância de 1%, a conjectura da igualdade dos valores esperados das concentrações de partículas em suspensão no ar nas cidades A e B , com base no intervalo de confiança obtido na alínea anterior. (1.5)

Grupo II

10 valores

1. Pensa-se que a variável aleatória X , que denota o número de defeitos encontrados em certo tipo de circuitos eléctricos, tem distribuição de Poisson com valor esperado 0.8. Tendo-se inspeccionado 100 circuitos do tipo referido, escolhidos ao acaso, os números de defeitos neles encontrados foram agrupados na seguinte tabela:

nº de defeitos	0	1	2	3 ou mais
frequência	52	22	19	7

Será que os dados corroboram a hipótese de X seguir a distribuição indicada? Recorra para o efeito ao cálculo do valor- p . (4.0)

2. Com o objectivo de estudar, em seres humanos, a relação entre a altura (x , em cm) e o número de pulsações por minuto em repouso, Y , fizeram-se medições em 47 pessoas, tendo-se obtido os seguintes resultados:

$$\sum_{i=1}^{47} x_i = 7\,946 \quad \sum_{i=1}^{47} x_i^2 = 1\,347\,006 \quad \sum_{i=1}^{47} y_i = 3\,895 \quad \sum_{i=1}^{47} y_i^2 = 326\,241 \quad \sum_{i=1}^{47} x_i y_i = 659\,011$$

As medições efectuadas conduziram à seguinte estimativa da recta de mínimos quadrados:

$E(\widehat{Y}|x) = 59.208 + 0.140x$. Tendo em conta o modelo de regressão linear simples $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i$, $i = 1, \dots, 47$, com as hipóteses de trabalho habituais, responda às questões seguintes:

(a) Teste, ao nível de significância de 5%, a significância da recta de regressão. (4.0)

(b) Obtenha o coeficiente de determinação do modelo. Comente os resultados obtidos, tendo em conta não só o valor deste coeficiente mas também o resultado da alínea anterior. (2.0)