



Justifique convenientemente todas as respostas!

Grupo I	10 valores
----------------	------------

1. Considere uma amostra aleatória de dimensão 10, $(X_1, X_2, \dots, X_{10})$, de uma população X com distribuição normal de valor esperado μ e desvio padrão igual a 2.

(a) Determine o estimador de máxima verosimilhança do parâmetro μ . (3.0)

(b) Considere os estimadores $T_1 = \bar{X}$ e $T_2 = \frac{X_1 + 3X_{10}}{4}$ do parâmetro μ . Qual destes estimadores é mais eficiente para estimar μ ? Justifique. (2.0)

2. O dono de uma ervanária comercializa um chá indicado para curar dores de cabeça. Num inquérito efectuado a 250 clientes dessa ervanária, escolhidos ao acaso entre os clientes que usaram o chá, 195 concordaram que o chá lhes cura as dores de cabeça.

(a) Construa um intervalo de confiança, a aproximadamente 95%, para a proporção de clientes da ervanária que consideram que o chá lhes cura as dores de cabeça. (3.5)

(b) Que dimensão deveria ter a amostra de clientes de modo o intervalo de confiança construído na alínea anterior tivesse amplitude de aproximadamente 4%? (1.5)

Grupo II	10 valores
-----------------	------------

1. No atendimento telefónico aos clientes de uma empresa, anotaram-se os tempos de espera até início de atendimento (em minutos) de 100 clientes, $(x_1, x_2, \dots, x_{100})$, cujo agrupamento em 3 classes se apresenta na tabela seguinte:

classe (tempo de espera)	$]0,2]$	$]2,4]$	$]4,+\infty[$
número de clientes	40	36	24

O que pode concluir sobre a seguinte afirmação do responsável por esse serviço da empresa: “O tempo de espera numa chamada telefónica até um cliente ser atendido (X , em minutos) segue uma distribuição exponencial de parâmetro λ ”? Argumente com base no valor-p, assumindo que a estimativa de máxima verosimilhança de λ é igual a $1/3$. (5.0)

2. A tabela seguinte apresenta resultados, referentes ao ano de 1980, para uma amostra de 9 países da América do Norte e Central. Para cada país, foi obtida a taxa de natalidade (número de nascimentos nesse ano, por 1 000 pessoas) e a taxa de urbanização (percentagem de população residente em cidades com pelo menos 100 000 habitantes).

	Canadá	Costa Rica	Cuba	EUA	El Salvador	Guatemala	Haiti	Honduras	Jamaica
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Taxa de natal. (x_i)	16.2	30.5	16.9	16.0	40.2	38.4	41.3	43.9	28.3
Taxa de urban. (y_i)	55.0	27.3	33.3	56.5	11.5	14.2	13.9	19.0	33.1

$$\sum_{i=1}^9 x_i = 271.7; \quad \sum_{i=1}^9 x_i^2 = 9\,258.69; \quad \sum_{i=1}^9 y_i = 263.8; \quad \sum_{i=1}^9 y_i^2 = 10\,055.14; \quad \sum_{i=1}^9 x_i y_i = 6\,542.9.$$

Com o objectivo de averiguar se existe uma relação linear entre a taxa de natalidade e de urbanização nos países da América do Norte e Central, ajustou-se um modelo de regressão linear, $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$, $i = 1, 2, \dots, 9$, com as suposições habituais.

(a) Obtenha a recta de regressão linear estimada. (2.0)

(b) Teste a significância da regressão a um nível de significância de 10%. (3.0)