

Duração: 90 minutos

1º teste C

Justifique convenientemente todas as respostas!

Grupo I

10 valores

1. Um produtor levou a uma feira alguns dos seus vinhos. Das 100 encomendas que obteve sabe-se que em 20% há vinhos dos 3 tipos (tinto, branco e rosé), em 60% vinhos brancos e tintos, em 40% brancos e rosé e em 30% vinhos tintos e rosé. Além disso, sabe-se que de 80% das encomendas constam vinhos tintos, de 80% vinhos brancos e de 50% vinhos rosé. Calcule a probabilidade de:

(a) Alguém que encomendou pelo menos dois dos 3 tipos de vinho, ter encomendado tintos e rosés. (2.5)

Solução: 1/3

(b) Numa amostra de 10 encomendas escolhida ao acaso e sem reposição do total das encomendas realizadas na feira haver pelo menos uma que inclua um vinho rosé. (2.5)

Solução: 0.9994

2. Durante um surto de gripe estima-se que o número de novos infetados cresça diariamente de acordo com uma distribuição de Poisson, com valor esperado igual a 10 entre a população vacinada e igual a 30 entre os não vacinados. Admita que o número de novos infetados entre os indivíduos vacinados e não vacinados são variáveis aleatórias independentes.

(a) Qual é a probabilidade do número de novos infetados num dia ser superior a 35? (2.0)

Solução: 0.7576

(b) Suponha que entre os indivíduos vacinados o número de novos infetados é independente de dia para dia e que o surto de gripe dura 20 dias. Qual é a probabilidade de neste surto haver pelo menos 5 dias em que o número diário de novos infectados entre os vacinados é superior a 15? (3.0)

Solução: 0.0023

Grupo II

10 valores

1. Numa fábrica as máquinas estão programadas para encher garrafas de molho de tomate com um conteúdo médio de 200 ml e um desvio padrão de 15 ml. Periodicamente é selecionada uma garrafa ao acaso e o seu conteúdo é medido com precisão. Se o conteúdo for inferior a 170 ml ou superior a 230 ml o sistema de produção tem de ser afinado. Assuma que o conteúdo de cada garrafa pode ser modelado por uma distribuição normal.

(a) Determine a probabilidade de o sistema de produção ter de ser afinado, após medição do conteúdo de uma garrafa. (2.0)

Solução: 0.0456

(b) Em vez do sistema de análise referido, é proposto que seja registado o conteúdo total de 30 garrafas, escolhidas ao acaso. Se esse conteúdo for inferior a 5100 ml ou superior a 6900 ml, o sistema de produção tem de ser afinado. Calcule a probabilidade de isso acontecer. Comente o valor obtido face ao resultado da alínea anterior. (3.0)

Solução: ≈ 0

2. Considere o par aleatório (X, Y) com a seguinte função de probabilidade conjunta:

$X \backslash Y$	1	2	3
0	1/4	1/4	0
1	0	1/4	1/4

- (a) Determine o coeficiente de correlação entre X e Y e comente o valor obtido. (3.0)

Solução: 0.7071

- (b) Obtenha a função de distribuição de Y quando $X = 1$. (2.0)

Solução: $F_{Y|X=1}(y) = \begin{cases} 0, & y < 2 \\ 1/2, & 2 \leq y < 3 \\ 1, & y \geq 3 \end{cases}$