Probabilidades e Estatística

TODOS OS CURSOS

2º semestre – 2015/2016
29/06/2016 – **11:30**

DM DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA TÉCNICO LISBOA

Duração: 90 minutos **1º teste**

Justifique convenientemente todas as respostas!

Grupo I	10 valores

1. Um sistema de medição é composto por duas componentes eletrónicas cujas probabilidades de avaria são respetivamente 0.12 e 0.15. Se nenhuma das componentes estiver avariada o sistema funciona sempre; se apenas uma das componentes estiver avariada a probabilidade do sistema funcionar é de 0.8; se ambas as componentes estiverem avariadas o sistema não funciona. Admita que as componentes avariam independentemente uma da outra.

(a) Obtenha a probabilidade de nenhuma das componentes eletrónicas estar avariada. (1.5)

Solução: 0.7480.

(b) Calcule a probabilidade de o sistema estar a funcionar. (2.0)

Solução: 0.9352.

(c) Sabendo que o sistema está a funcionar, determine a probabilidade de nenhuma das componentes eletrónicas estar avariada. (1.0)

Nota: Se não resolveu a alínea (b), assuma que a probabilidade de o sistema estar a funcionar é 0.9352.

Solução: 0.7998

2. Do histórico de vendas de um quiosque, sabe-se que o número de baralhos de cartas vendidos diariamente pelo quiosque possui distribuição de Poisson de parâmetro 1 e que os números de baralhos de cartas vendidos pelo quiosque em diferentes dias são variáveis aleatórias independentes.

(a) Obtenha o valor esperado e a variância do número de dias de um mês (30 dias) em que o quiosque vende pelo menos um baralho de cartas. (3.0)

Solução: $Y \sim \text{Binomial}(30, 1-e^{-1})$, $E(Y) = 18.9636$ e $V(Y) = 6.9763$

(b) Calcule a probabilidade de o quiosque vender pelo menos 12 baralhos de cartas num conjunto de 10 dias consecutivos. (2.5)

Solução: 0.3032

Grupo II	10 valores

1. Considere que X é uma variável aleatória com distribuição uniforme contínua no intervalo $[0,2]$.

(a) Determine o valor do quantil de probabilidade 0.9 da variável aleatória X. (2.0)

Solução: 1.8

(b) Sabendo que $X_1, X_2, \ldots, X_{50}$ são variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas a X, calcule um valor aproximado para a probabilidade de $Y = \sum_{i=1}^{50} X_i$ ser superior a 55. (3.0)

Solução: 0.1112.

2. Seja X (resp. Y) o lucro do jogador A (resp. B) num dado jogo. As variáveis aleatórias X e Y são identicamente distribuídas e o par aleatório (X,Y) possui função de probabilidade conjunta:

$X \setminus Y$	-2	0	2
-2	0	1/6	1/6
0	1/6	0	1/6
2	1/6	1/6	0

(a) Determine o valor esperado e a variância do lucro de cada um dos jogadores no jogo. (2.0)

Solução: $E(Y) = E(X) = 0$, $V(X) = V(Y) = \frac{8}{3}$

(b) Calcule o valor esperado do lucro do jogador B no jogo sabendo que o jogador A teve lucro igual a 2 no mesmo. (2.0)

Solução: $E(Y \mid X = 2) = -1$

(c) Averigúe se os lucros dos jogadores A e B no jogo são variáveis aleatórias independentes. (1.0)

Solução: X e Y são v.a. DEPENDENTES