

Licenciatura em Ciências de Engenharia  
Engenharia Informática e de Computadores - Alameda

## Teoria da Computação

### Teste 5 Versão A

Duração: 50 min.

Cotação : 6 valores

#### Questão 1

(2.0 valores)

Verifique que a fórmula

$$(\forall x((\exists yP(x, y)) \Rightarrow Q(x))) \Rightarrow (\forall z((\neg P(z, z)) \vee Q(z)))$$

é um teorema do sistema dedutivo  $T$ .

**Questão 2**

(2.0 valores)

Considere o programa  $P$  correspondente ao corpo da seguinte definição em *Mathematica*:

```
Function[n,Module[{i,r},
  r=1;
  i=0;
  While[i≠n,
    i=i+1;
    r=2*r
  ];
  r]]
```

Relativamente à correcção parcial do programa é possível demonstrar, usando o cálculo de Hoare, que  $\{\text{True}\} P \{r == 2^n\}$ . Para tal há que encontrar a condição invariante INV1 que garanta, em particular:

1.  $\{\text{True}\} r = 1; i = 0 \{INV1\}$
2.  $\{INV1 \wedge i \neq n\} i = i + 1; r = 2 * r \{INV1\}$
3.  $(INV1 \wedge i == n) \Rightarrow r == 2^n$

(a) Indique a condição INV1.

(b) Demonstre as asserções dos pontos 1 e 3.

**Questão 3**

(2.0 valores)

Considere novamente o programa  $P$  da questão anterior. Relativamente à correcção total é possível demonstrar, usando o cálculo de Hoare, que se tem  $\Omega[\text{IntegerQ}[n] \wedge n \geq 0, P]$ . Para tal há que encontrar a condição invariante INV2 e a expressão variante  $\tau$  que garantam, em particular:

1.  $\{\text{IntegerQ}[n] \wedge n \geq 0\} \mathbf{r} = 1; \mathbf{i} = 0 \{\text{INV2}\}$
2.  $\{\text{INV2} \wedge \mathbf{i} \neq n \wedge \tau == K\} \mathbf{i} = \mathbf{i} + 1; \mathbf{r} = 2 * \mathbf{r} \{\text{INV2} \wedge \tau < K\}$
3.  $\text{INV2} \Rightarrow \tau \geq 0$

- (a) Indique a condição INV2 sabendo que  $\tau$  é  $n - i$ .
- (b) Demonstre a asserção do ponto 2.