

Licenciatura em Ciências de Engenharia
Engenharia Informática e de Computadores - Alameda

Teoria da Computação

Teste 5 Versão B

Duração: 50 min.

Cotação : 6 valores

Questão 1

(2.0 valores)

Verifique que a fórmula

$$((\forall x(P(x) \Rightarrow Q(x))) \wedge (\neg(\exists yQ(y)))) \Rightarrow (\forall z(\neg P(z)))$$

é um teorema do sistema dedutivo T .

Questão 2

(2.0 valores)

Considere o programa P correspondente ao corpo da seguinte definição em *Mathematica*:

```
Function[n,Module[{i,r},
  r=0;
  i=1;
  While[i≠n+1,
    r=r+2;
    i=i+1
  ];
  r]]
```

Relativamente à correcção parcial do programa é possível demonstrar, usando o cálculo de Hoare, que $\{\text{True}\} P \{r == 2n\}$. Para tal há que encontrar a condição invariante INV1 que garanta, em particular:

1. $\{\text{True}\} r = 0; i = 1 \{\text{INV1}\}$
2. $\{\text{INV1} \wedge i \neq n + 1\} r = r + 2; i = i + 1 \{\text{INV1}\}$
3. $(\text{INV1} \wedge i == n + 1) \Rightarrow r == 2n$

(a) Indique a condição INV1.

(b) Demonstre as asserções dos pontos 1 e 3.

Questão 3

(2.0 valores)

Considere novamente o programa P da questão anterior. Relativamente à correcção total é possível demonstrar, usando o cálculo de Hoare, que se tem $\Omega[\text{IntegerQ}[n] \wedge n \geq 0, P]$. Para tal há que encontrar a condição invariante INV2 e a expressão variante τ que garantam, em particular:

1. $\{\text{IntegerQ}[n] \wedge n \geq 0\} r = 0; i = 1 \{\text{INV2}\}$
2. $\{\text{INV2} \wedge i \neq n + 1 \wedge \tau == K\} r = r + 2; i = i + 1 \{\text{INV2} \wedge \tau < K\}$
3. $\text{INV2} \Rightarrow \tau \geq 0$

(a) Indique a condição INV2 sabendo que τ é $n + 1 - i$.

(b) Demonstre a asserção do ponto 2.