

Licenciatura em Ciências de Engenharia  
Engenharia Informática e de Computadores - Alameda

## Teoria da Computação

### Teste 5 Versão D

Duração: 50 min.

Cotação : 6 valores

#### Questão 1

(2.0 valores)

Verifique que a fórmula

$$((\forall x(P(x) \vee Q(x))) \wedge (\forall y(P(y) \Rightarrow Q(y)))) \Rightarrow (\forall zQ(z))$$

é um teorema do sistema dedutivo  $T$ .

**Questão 2**

(2.0 valores)

Considere o programa  $P$  correspondente ao corpo da seguinte definição em *Mathematica*:

```
Function[n,Module[{i,r},
  r=2;
  i=1;
  While[i≠n+1,
    r=2*r
    i=i+1;
  ];
  r]]
```

Relativamente à correcção parcial do programa é possível demonstrar, usando o cálculo de Hoare, que  $\{\text{True}\} P \{r == 2^{n+1}\}$ . Para tal há que encontrar a condição invariante INV1 que garanta, em particular:

1.  $\{\text{True}\} r = 2; i = 1 \{\text{INV1}\}$
2.  $\{\text{INV1} \wedge i \neq n + 1\} r = 2 * r; i = i + 1 \{\text{INV1}\}$
3.  $(\text{INV1} \wedge i == n + 1) \Rightarrow r == 2^{n+1}$

(a) Indique a condição INV1.

(b) Demonstre as asserções dos pontos 1 e 3.

**Questão 3**

(2.0 valores)

Considere novamente o programa  $P$  da questão anterior. Relativamente à correcção total é possível demonstrar, usando o cálculo de Hoare, que se tem  $\Omega[\text{IntegerQ}[n] \wedge n \geq 0, P]$ . Para tal há que encontrar a condição invariante INV2 e a expressão variante  $\tau$  que garantam, em particular:

1.  $\{\text{IntegerQ}[n] \wedge n \geq 0\} r = 2; i = 1 \{\text{INV2}\}$
2.  $\{\text{INV2} \wedge i \neq n + 1 \wedge \tau == K\} r = 2 * r; i = i + 1 \{\text{INV2} \wedge \tau < K\}$
3.  $\text{INV2} \Rightarrow \tau \geq 0$

(a) Indique a condição INV2 sabendo que  $\tau$  é  $1 + n - i$ .

(b) Demonstre a asserção do ponto 2.