Licenciatura em Ciências de Engenharia
Engenharia Informática e de Computadores - Alameda

Teoria da Computação

Teste 5
Versão F

Duração: 50 min. Cotação : 6 valores

Questão 1 (2.0 valores)

Verifique que a fórmula

$$((\forall x(P(x) \Rightarrow Q(x))) \wedge (\neg(\exists y Q(y)))) \Rightarrow (\forall z(\neg P(z)))$$

é um teorema do sistema dedutivo T.

Questão 2 (2.0 valores)

Considere o programa P correspondente ao corpo da seguinte definição em *Mathematica*:

```
Function[n,Module[{i,r},
     r=0;
     i=1;
     While[i≠n+1,
        r=r+2;
        i=i+1
     ];
     r]]
```

Relativamente à correcção parcial do programa é possível demonstrar, usando o cálculo de Hoare, que $\{\texttt{True}\}\,P\,\{\texttt{r} == \texttt{2n}\}$. Para tal há que encontrar a condição invariante INV1 que garanta, em particular:

1. $\{\texttt{True}\}\,\texttt{r} = \texttt{0}; \texttt{i} = \texttt{1}\,\{\text{INV1}\}$
2. $\{\text{INV1} \wedge \texttt{i} \neq \texttt{n} + \texttt{1}\}\,\texttt{r} = \texttt{r} + \texttt{2}; \texttt{i} = \texttt{i} + \texttt{1}\,\{\text{INV1}\}$
3. $(\text{INV1} \wedge \texttt{i} == \texttt{n} + \texttt{1}) \Rightarrow \texttt{r} == \texttt{2n}$

(a) Indique a condição INV1.

(b) Demonstre as asserções dos pontos 1 e 3.

Questão 3 (2.0 valores)

Considere novamente o programa P da questão anterior. Relativamente à correcção total é possível demonstrar, usando o cálculo de Hoare, que se tem $\Omega[\texttt{IntegerQ}[\texttt{n}] \wedge \texttt{n} \geq \texttt{0}, P]$. Para tal há que encontrar a condição invariante INV2 e a expressão variante τ que garantam, em particular:

1. $\{\texttt{IntegerQ}[\texttt{n}] \wedge \texttt{n} \geq \texttt{0}\}\, \texttt{r} = \texttt{0}; \texttt{i} = \texttt{1}\, \{\text{INV2}\}$
2. $\{\text{INV2} \wedge \texttt{i} \neq \texttt{n} + \texttt{1} \wedge \tau == K\}\, \texttt{r} = \texttt{r} + \texttt{2}; \texttt{i} = \texttt{i} + \texttt{1}\, \{\text{INV2} \wedge \tau < K\}$
3. $\text{INV2} \Rightarrow \tau \geq \texttt{0}$

(a) Indique a condição INV2 sabendo que τ é $\texttt{n} + \texttt{1} - \texttt{i}$.

(b) Demonstre a asserção do ponto 2.