Álgebra Linear

Licenciaturas: Eng. Química, Química
$1^{\underline{o}}$ ano — 2003/04

---

# $9^{\text{a}}$ Lista de Exercícios

---

**Problema 1.** Determine a solução geral dos seguintes sistemas de equações diferenciais.

$$a)\,,\left\{\begin{array}{lcl} y_1' &=& 3y_1+y_2 \\ y_2' &=& 5y_1+y_2 \end{array}\right. \qquad b)\ \left\{\begin{array}{lcl} y_1' &=& 3y_1+2y_2 \\ y_2' &=& y_1+y_2 \end{array}\right. \qquad c)\ \left\{\begin{array}{lcl} y_1' &=& 3y_1+2y_2 \\ y_2' &=& y_1+y_2 \\ y_3' &=& y_2-y_3 \end{array}\right.$$

**Problema 2.** Para cada um dos sistemas do problema anterior determine a solução que verifica as condicões

a) $y_1(0)=0$ e $y_2(0)=0$.
b) $y_1(0)=2$ e $y_2'(0)=1$.
c) $y_1(0)=-1$, $y_2(0)=1$ e $y_3(0)=0$.

**Problema 3.** Escreva as seguintes equações diferenciais na forma de um sistema de equações diferenciais de $1^{\text{a}}$ ordem e determine a solução geral das equações dadas.

a) $y''-y-6y=0$.
b) $y'''-6y''+11y'-6y=0$.

**Problema 4.** prove que se $A$ é uma matriz $n\times n$ diagonalizável e $Y=\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$ satisfaz a equação diferencial $Y'=AY$, então cada um dos $y_i$ é uma combinação linear de $e^{\lambda_1 x}, e^{\lambda_2 x}, \cdots, e^{\lambda_n x}$, onde $\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_n$ são valores próprios de $A$.

**Problema 5.** Determine a solução geral do sistema de equações diferenciais $Y'=AY$ onde $A$ é a matriz

$$a)\ \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix} \qquad b)\ \begin{pmatrix} 1+i & 0 \\ 0 & 1-i \end{pmatrix};\ (i=\sqrt{-1})$$

$$c)\quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad\qquad d)\quad \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$