

## Análise Complexa e Equações Diferenciais - 2º semestre de 2009/10

Cursos: LEGM, LET, MEC

### Ficha de Trabalho 1: 1 a 5 de Março

1. Escreva os seguintes números complexos na forma  $a + bi$  e represente-os geometricamente no plano de Argand:

(a)  $(2 + i)(1 - i)$  (b)  $\frac{1}{4-4i}$  (c)  $\frac{5+i}{1+7i}$  (d)  $(2 - 3i)^2$  (e)  $i^{238}$  (f)  $\left(1 + \frac{3}{1+i}\right)^2$

2. Determine o módulo e o argumento dos seguintes números complexos e represente-os geometricamente:

(a)  $-5$  (b)  $5 - 5i$  (c)  $(1 - i)(-1 - i)$  (d)  $\frac{(1+i)^2(1+\sqrt{3}i)^3}{(1-i)}$

3. Encontre todos os valores das raízes:

(a)  $\sqrt[3]{i}$

(b)  $\sqrt{2 - 2\sqrt{3}i}$

(c)  $\sqrt[7]{1+i}$

4. Calcule, para  $n = 1, 2, 3, \dots$ ,

(a)  $i^n$  (b)  $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^n$  (c)  $(1+i)^n + (1-i)^n$

5. Determine as soluções em  $\mathbb{C}$  das equações seguintes:

(a)  $(1 - z)^6 = (1 + z)^6$

(b)  $1 - z + z^2 = 0$

(c)  $1 - z^2 + z^4 - z^6 = 0$

(d)  $z^4 - 4z^3 + 6z^2 - 4z - 15 = 0$

(e)  $z\bar{z} - z + \bar{z} = 0$

**VSFF**

6. Esboce os subconjuntos de  $\mathbb{C}$  dados por:

(i)  $|z - 3i| = |z + i|$

(ii)  $\text{Im}(z + i) < 2$

(iii)  $|z - 1 + i| \geq |z - 1 - i|$

(iv)  $|z + i| + |z - 3i| < 6$

(v)  $\text{Im}[(z + i)/2i] < 0$

(vi)  $1 < |z - 1| < 2$

(vii)  $|z|^2 > z + \bar{z}$

7. Utilize a fórmula de De Moivre para determinar expressões simplificadas das somas:

$$(a) \sum_{k=0}^n \sin[(3k + 1)x] \quad (b) \sum_{k=0}^n \cos[(3k + 1)x]$$