Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Secção de Álgebra e Análise

Análise Complexa e Equações Diferenciais - 2º semestre de 2009/10

Cursos: LEGM, LET, MEC

Ficha de Trabalho 11: 17 - 21 de Maio

1. Determine a solução da equação diferencial

$$y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{1+e^{-t}}$$

que verifica as condições iniciais $y(0) = y'(0) = 1$.

2. Calcule as transformadas de Laplace das funções definidas em $t \geq 0$ pelas expressões seguintes:

(a) $f(t) = t\,\mathrm{sen}(at)$,

(b) $f(t) = \frac{\mathrm{sen}(t)}{t}$,

(c) $f(t) = H(t-1) - tH(t-2)$.

3. Calcule a inversa da Transformada de Laplace de

(a) $e^{-2s}\,\frac{2s-3}{s^2+1}$,

(b) $\frac{1}{(s-1)^5}$,

(c) $\frac{e^s}{s} + \frac{e^{-3s}}{s-1}$,

(d) $\ln\frac{s+1}{s-1}$.

4. Utilizando a Transformada de Laplace resolva os seguintes problemas de valor inicial:

(a) $y'' + \omega^2 y = \cos(2t)$, $\omega^2 \neq 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$,

(b) $y'' + 2y' + y = f(t)$, $y(0) = 1, y'(0) = 0$ com $f(t) = \begin{cases} \mathrm{sen}(2t) & \text{se } 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0 & \text{se } t > \frac{\pi}{2}, \end{cases}$

(c) $y'' - 2y' + y = f(t)$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$, com $f(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } 0 \leq t < 1, \\ t & \text{se } 1 \leq t < 2, \\ 0 & \text{se } t \geq 2, \end{cases}$