

Análise Complexa e Equações Diferenciais - 2º semestre de 2009/10

Cursos: LEGM, LET, MEC

Ficha de Trabalho 12: 24 - 28 de Maio

(Segundo teste: 8 de Junho!

Inscrição obrigatória (via Fénix))

1. Determine o desenvolvimento em série de Fourier das seguintes funções.

$$(a) f(x) = \begin{cases} e^x & \text{se } -2 \leq x \leq 0, \\ 0 & \text{se } 0 < x \leq 2, \end{cases}$$

$$(b) f(x) = \cos(4x) \text{ em } [-\pi, \pi].$$

2. Considere a função $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x$. Determine:

(a) A série de senos de f .

(b) A série de cosenos de f .

(c) A série de Fourier de f (note que o intervalo não está centrado em 0!).

3. Determine a série de Fourier da função $h(x) = x^2$, no intervalo $x \in [-L, L]$. Utilizando a série obtida num ponto adequado, aproveite para mostrar que

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots = \frac{\pi^2}{6}.$$

4. Ache as soluções da forma $u(x, t) = X(x)T(t)$ para as seguintes equações diferenciais parciais:

$$(a) u_{tt} = 2u_{xx},$$

$$(b) u_t = u_{xx} + 2u,$$

$$(c) u_t = u_{xx} - tu.$$