Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Secção de Álgebra e Análise

Análise Complexa e Equações Diferenciais - 2º semestre de 2009/10

Cursos: LEGM, LET, MEC

Ficha de Trabalho 7: 19 - 23 de Abril

1. Determine a solução geral das seguintes equações diferenciais indicando, quando possível, os intervalos de definição das soluções obtidas ($y' = dy/dt$).

   (a) $y' = \frac{1}{1+t^2}$,

   (b) $y' = -y\cos t$,

   (c) $y' - y \operatorname{sen} t = e^{-\cos t}$,

   (d) $2ty^3 + 3t^2y^2y' = 0$,

   (e) $4t^3e^{t+y} + t^4e^{t+y} + 2t + (t^4e^{t+y} + 2y)y' = 0$,

   (f) $(1+t)y' + \frac{y}{2} = (1+t)^{\frac{5}{2}}$.

2. Determine a solução dos seguintes problemas de valor inicial e indique os intervalos máximos de definição:

   (a) $y' + y\sqrt{1-t^2} = 0$, $y(0) = e^5$,

   (b) $LI' + RI = V \operatorname{sen} t$, $I(0) = 0$, com L, V e R constantes.

   (c) $y' + y = g(t)$, $y(0) = 0$, em que $g(t) = \begin{cases} e^{1-t} & \text{se } 0 \le t \le 1 \\ 1 & \text{se } t > 1, \end{cases}$

   (d) $t^2(1+y^2) + 2yy' = 0$, $y(0) = 1$.

3. Considere a equação de Ricati escalar

$$x' = \frac{1}{t} - x - x^2 \; . \tag{1}$$

   (a) Mostre que a função $x(t) = \frac{1}{t} + \psi(t)$ é uma solução da equação de Ricati sse ψ é solução de uma certa equação de Bernoulli.

   (b) Determine a solução da equação (1) usando a mudança de variável $y(t) = \psi^{-1}$.